УДК 681.391 DOI: 10.21046/aspects-2018-82-90

О ПЕРЕДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИОННОЙ ТЕОРИИ ЛИДЕРСТВА ОТ ПРИКЛАДНОЙ КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОГО КОДИРОВАНИЯ

***В. В. Золотарёв*[1], *Г. В. Овечкин*[2], *Р. Р. Назиров*[1]**

[1] Институт космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН)

[2] Рязанский государственный радиотехнический университет (РГРТУ)

Обсуждаются основные методы реализации алгоритмов многопорогового декодирования (МПД), рассматриваемых как процедуры поиска глобального экстремума функционала с минимальной, т. е. линейной от длины сложностью. Из результатов сравнения возможностей Оптимизационной Теории (ОТ) с эффективностью прочих методов следует, что методы ОТ и МПД вместе с запатентованными нашей научной школой вариантами блокового алгоритма Витерби и новыми парадигмами развития теории помехоустойчивого кодирования полностью заменяют прочие методы декодирования по критериям лёгкости реализации, близости к границе Шеннона и результирующей достоверности.

Ключевые слова: помехоустойчивое кодирование, Оптимизационная Теория, блоковый алгоритм Витерби, самоортогональные коды, символьные коды, каскадные коды, многопороговые декодеры, энергетический выигрыш кодирования, канал связи, граница Шеннона

Помехоустойчивое кодирование используется для исправления ошибок, возникающих при передаче информации по каналам связи с помехами [Золотарёв, 2018; Золотарёв, Овечкин, 2004; Зубарев, Овечкин, 2008; см. статью настоящего сборника *Кузнецов Н. А.* и др. Многопороговые алгоритмы на базе оптимизационной теории вблизи границы Шеннона, с. 99]. Для этого при отправлении исходного сообщения в него вносится некоторая избыточность (проверочная информация, полученная по тому или иному алгоритму), которая позволяет на принимающей стороне исправить значительную часть ошибок, возникающих при передаче этого сообщения по каналам связи.

Рассмотрим с общих позиций возможности алгоритмов, созданных для реализации методов достижения решений оптимальных декодеров (ОД) как задачи поиска глобального экстремума функционала (ПГЭФ) и классических методов, которые созданы в рамках алгебраической теории кодирования. Используем для этого данные, представленные в источниках [Золотарёв, 2018; см. статью настоящего сборника *Кузнецов Н. А.* и др. Многопороговые алгоритмы на базе оптимизационной теории вблизи границы Шеннона, с. 99]. При этом ограничимся, в основном, случаями использования моделей двоичного симметричного канала (ДСК) и канала с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ), которые в течение многих десятилетий считаются главным полигоном, на котором проводится сравнение лучших методов декодирования.

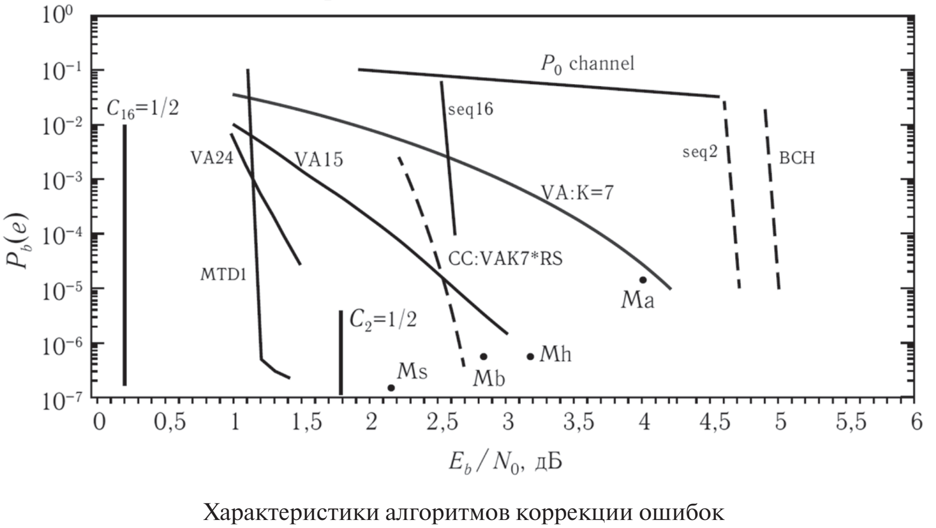
Золотарёв Валерий Владимирович — ведущий научный сотрудник, профессор, доктор технических наук, профессор, zolotasd@yandex.ru

Овечкин Геннадий Владимирович — профессор, доктор технических наук, g_ovechkin@mail.ru

Назиров Равиль Равильевич — заведующий отделом, доктор технических наук, rnazirov@cosmos.ru

Одной из самых впечатляющих революций в технике декодирования для каналов с АБГШ в 70-х гг. прошлого века, на начальном этапе развития теории кодирования, стал алгоритм Витерби (АВ) [Витерби, 1970; Золотарёв, Овечкин, 2004; Кларк, Кейн, 1987; Forney, 1974; Heller, Jacobs, 1971]. В этот период специалисты начали понемногу понимать, что никакие алгебраические методы, например, коды Боуза – Чоудхури – Хоквингема (БЧХ), Рида – Соломона (РС) и другие не смогут решить проблему эффективного простого декодирования при уровне шума, близком к пропускной способности канала. Это было время первого большого разочарования, когда выбранное интересное и важное сначала направление работ по созданию эффективных алгоритмов декодирования оказалось тупиковым. В тот момент и возникла надежда, что именно АВ и связанные с ним методы выведут исследователей на правильное направление поиска. Рассмотрим, каким образом за 50 лет разработок изменились возможности АВ и что вообще сейчас может предложить классическая теория кодирования.

На рисунке представлены вероятности ошибки на бит $P_b(e)$ различных алгоритмов декодирования в двоичном канале с АБГШ и ДСК, которые практически всегда являются одним и тем же физическим каналом. По горизонтальной оси на рисунке отложены отношения битовой энергетики канала к спектральной плотности мощности шума E_b/N_0. Кривая «P_0 channel» указывает для выбранной кодовой скорости $R = 1/2$ вероятности ошибки на бит в канале. Если в демодуляторе применяется, например, жёсткий модем, определяющий только знак принятых двоичных символов, то в декодер поступают значения «0» и «1» демодулированных битов, пришедших в этом случае из ДСК канала. А если в модеме приёмника перед декодером стоит аналого-цифровой преобразователь, то в этот декодер будут поступать, возможно, решения мягкого модема об очередном переданном бите, квантованные, например, на 16 уровней (4 бита). Это и будет двоичный канал с АБГШ, над проблемой эффективного декодирования в котором уже 25 лет особенно напряжённо работают специалисты всего мира с тех пор, как были открыты турбо коды [Berrou et al., 1993].



Характеристики алгоритмов коррекции ошибок
в ДСК и канале с АБГШ при $R = 1/2$

Авторы турбо-декодеров дали нам тогда уже вполне обоснованную надежду на то, что приемлемые по сложности декодеры для уровня шума канала, соответствующего непосредственной близости к границе Шеннона, т. е. когда $R \lesssim C$, создать всё-таки можно. Однако они оказались неоправданно сложными и нетехнологичными.

Кроме того, на рисунке представлены вертикальные границы, отмечающие для ДСК и канала с АБГШ с 16 уровнями квантования уровни энергетики, при которых пропускная способность каналов равна $C = 1/2$, помеченные как $C2$ и $C16$ соответственно. График «MTD1» показывает наилучшие на данный момент реальные возможности многопорогового алгоритма (МПД), построенного на основе Оптимизационной Теории (ОТ) при использовании ПГЭФ, который при задержке решения не более 10 Мбит и менее $I = 200$ итераций декодирования может быть спроектирован и создан в виде, который обязательно может иметь теоретически максимально возможное быстродействие при аппаратной реализации [Золотарёв, 2017а; Золотарёв, Овечкин, 2017а]. Способы достижения столь большой производительности МПД декодера были запатентованы [Золотарёв, 1972, 2005, 2009, 2015; Золотарёв, Овечкин, 2005]. Этот конкретный декодер работает, как и другие примеры декодеров на данном рисунке, при $R = 1/2$. А совсем простой МПД с 45 итерациями, отмеченный точкой Ms, лучше каскадной схемы, состоящей из короткого свёрточного кода, декодируемого с помощью АВ, и кода РС (кривая «CC:VAK7*RS») при всего лишь впятеро большей задержке решения по сравнению с ней. Развитие мягких МПД, их приближение к границе Шеннона и работа по снижению размеров задержки их решений будут продолжены. Отметим, что каскадная схема АВ-РС фактически является единственным прикладным достижением классической алгебраической теории, да и то лишь в каскадной схеме со свёрточным кодом. Можно ещё раз упомянуть методы Судана для кодов РС, реально послужившие развитию теории, но и они не имели практического значения.

Далее на рисунке приведены графики для свёрточных кодов длины $K = 7$, 15 и 24 (графики «VA:K=7»,«VA15» и «VA24»), где K — длина кодирующего регистра, для которых при их декодировании использовался алгоритм Витерби. Как следует из вида этих графиков, самый первый из декодеров АВ с $K = 7$, созданный около 50 лет назад, гораздо слабее последующих. Но и АВ для $K = 15$ также был впервые сделан ещё в прошлом тысячелетии для проекта НАСА «Кассини», причём для небольшой кодовой скорости. Таким образом, АВ для $K = 15$ тоже является вполне реальным устройством. Разумеется, АВ для $K = 24$ пока недоступен для реализации просто из-за экспоненциально растущей с K сложностью декодера. Здесь же показаны характеристики главной каскадной схемы АВ с $K = 7$ и кодом РС [Золотарёв, Овечкин, 2004; Кларк, Кейн, 1987]. Это основные успешные и немногие реальные сейчас методы кодирования для гауссовских каналов. Характеристики конкретных низкоплотностных (LDPC) и турбо декодеров, которые сейчас относятся к реализуемым системам, детально обсуждались в работах [Золотарёв, 2017а; Золотарёв, Овечкин, 2017а; Золотарёв, 2018]. Там же перечислены их основные недостатки. Самым главным свойством этих алгоритмов, которое ограничивает их возможности, является то, что эти методы не измеряют расстояния своих решений до принятого из канала связи вектора. Таким образом, хотя эти декодеры весьма высокой степени сложности и относятся к итеративным процедурам, они не являются оптимизационными процедурами, а это не позволяет отнести их к перспективным методам кодирования. Этот их главный недостаток оказалось возможным точно сформулировать только сейчас. Но и остальные ограничения, которые им свойственны, не позволяют сделать серьёзные ставки на их успешное развитие [см. статью настоящего сборника *Кузнецов Н.А.* и др. Многопороговые алгоритмы на базе оптимизационной теории вблизи границы Шеннона, с. 99]. И поэтому их реальные возможности уже значительно отстали от достижений МПД алгоритмов, особенно при большом уровне шума.

На рисунке указаны также границы эффективности «seq2» и «seq16» для последовательных алгоритмов, которые так и не смогли преодолеть уровня вычислительных скоростей R_1 гауссовского и ДСК каналов, которые более чем на 2 дБ выше уровня энергетики канала при $R \lesssim C$. Таким образом, последовательные алгоритмы также уже очень давно не участвуют в конкурсе эффективных процедур декодирования для большого уровня шума канала.

Подчеркнём далее в связи с этим, что сейчас только все модификации МПД, а также свёрточные и блоковые АВ точно измеряют расстояние своих решений до принятого сообщения. Мы объединяем все эти алгоритмы в группу декодеров прямого контроля метрики (ДПКМ). Скорее всего, только на них и надо ориентироваться при разработке методов, которые позволят быстрее других достичь ещё более близких к границе Шеннона рабочих значений уровня шума при декодировании, чем это уже сделано сейчас. Разумеется, движение рабочей области алгоритмов МПД к этой границе будет продолжено, как это и было всё последнее время. А пока для гауссовских каналов, ДСК, символьных кодов и стирающих каналов наиболее высокие характеристики при очень умеренном уровне сложности обеспечивают только алгоритмы на базе ОТ и МПД, дивергентных принципов, простых приёмов каскадирования и реализации методов ПГЭФ [Золотарёв, 2018; см. статью настоящего сборника *Кузнецов Н.А.* и др. Многопороговые алгоритмы на базе оптимизационной теории вблизи границы Шеннона, с. 99].

Как ещё одно полезное направление развития укажем также на то, что каскадирование АВ при $K \sim 15$ с символьными кодами, как видно из графика для АВ, возможно, могло бы обеспечить для этой схемы хорошие характеристики при $E_b/N_0 \sim 1$ дБ. Этот вопрос стоит детального рассмотрения, чтобы ещё раз оценить возможности, предоставленные теорией и современной элементной базой. Использование с этим АВ двоичных кодов тоже нужно изучать.

Рассмотрим возможности других алгоритмов в канале ДСК. Неконкурентность последовательных процедур, сыгравших в своё время определённую положительную роль в теории кодирования, мы уже отметили выше и увидели по граничным кривым для них на рисунке. А возможности кодов БЧХ оказались крайне слабыми из-за того, что при росте длины кодов отношение кодового расстояния к длине кода d/n для этих кодовых структур быстро падает. И кроме того, в отличие от кодов с мажоритарным декодированием, декодеры БЧХ всегда ошибаются, если число ошибок в принятом блоке превышает $d/2$. Эти два серьёзнейших недостатка вместе со сложностью их декодирования, не доведённой до линейной от длины кода, приводят к тому, что граница для кодов БЧХ по энергетике лежит на рисунке даже дальше, чем для последовательных алгоритмов для ДСК. На это давно известное свойство кодов БЧХ указывалось в работе [Золотарёв, Овечкин, 2004]. А поскольку алгебраическая теория кодирования не смогла решить задачу эффективного декодирования в гауссовских каналах, у неё не осталось никаких перспектив в решении реальных прикладных проблем, т.е. в создании эффективных декодеров для работы вблизи границы Шеннона [Золотарёв, 2018].

Далее точкой Ma на рисунке помечен результат 30-летней давности для крайне простого МПД декодирования при $E_b/N_0 = 4$ дБ для свёрточного кода с $d = 11$ и $I = 14$ итерациями декодирования [Золотарёв, 1986]. Тем самым наглядно видно, что уже в те годы были полностью перекрыты все возможные достижения для кодов БЧХ и всех прочих методов алгебраической теории. Это однозначно определялось достижением МПД алгоритмом и в этом случае весьма малой энергетики канала типа ДСК уровня оптимального (т. е. переборного!) декодирования при всего лишь $I = 14$ итерациях декодирования для довольно хорошего в плане размножения ошибок кода. Крайне странно, что наши теоретики совершенно не оценили тогда этот результат, который ясно указывал на завершение «классического» этапа теории кодирования.

При снижении энергетики ДСК при $R = 1/2$ до ~3 дБ достижение высокого уровня достоверности декодирования тоже не составляет проблемы, если значительный рост задержки решения в блоковом или свёрточном вариантах декодирования до ~1 Мбит признаётся допустимым. Эта достижимая для многих видов МПД декодеров и кодов точка отмечена рисунке как Mh. При отличии рабочей энергетики МПД от шенноновского уровня для $R = 1/2$ в ДСК на ~1 дБ сложность и задержка МПД будут, как следует из стандартных оценок и экспериментальных данных, примерно в 1,5 раза меньше, чем у довольно не простого уже MTD1, что вполне естественно для столь большого уровня шума. Значит, и в ДСК у ОТ, МПД и методов ПГЭФ конкурентов вообще нет.

Таким образом, из комплексного обзора сведений об алгоритмах декодирования получается, что в гауссовских каналах пока что нет реально других перспективных алгоритмов, кроме МПД и АВ. Мы также обсудили, почему турбо и LDPC коды выпали из конкурса перспективных алгоритмов. История последних 15 лет изучения декодеров этого типа, когда рост их эффективности прекратился, однозначно подтверждает наш вывод о слабых характеристиках всех алгоритмов, не относящихся к группе прямого контроля метрики ДПКМ. В самом деле, достаточно сложно ожидать от алгоритма, который не измеряет расстояние своих решений до принятого вектора, успешного хоть в какой-то мере декодирования, тем более при максимально допустимом теорией уровне шума. В этих условиях методы для LDPC кодов могут вообще «не увидеть» достижение решения ОД, так как требуемые для этого замеры расстояния декодеры LDPC вообще не производят.

Столь же отрицательное и аргументированное отношение нашей научной школы к полярным кодам было нами изложено в источниках[Золотарёв, 2017а, 2018; Золотарёв, Овечкин, 2016; www.mtdbest.ru] с использованием необходимых в этих случаях ссылок. Все классы этих и многих других методов кодирования последнее время безо всяких причин объявляются эффективными и перспективными при вообще полном отсутствии за прошедшие годы хотя бы одного-трёх примеров достижения каких-то разумных и проверяемых конкретных характеристик эффективности и сложности. Мы полагаем, что полная текущая профанация теории и прикладных идей всей теории помехоустойчивого кодирования требует крайних мер в оценках характеристик публикуемых алгоритмов. Например, полезно всегда публиковать только те алгоритмы декодирования для классических моделей каналов связи, которые следует обязательно сопровождать заслуживающими доверия характеристиками эффективности и быстродействия, например, на языке С++. Это введёт в нормальное русло обучение студентов и специалистов, а также повысит уровень диссертаций по прикладным вопросам теории кодирования. Сделать это крайне важно, поскольку сейчас идёт просто настоящий поток монографий и защит столь «великих» докторских диссертаций, в которых нет вообще никаких графиков характеристик эффективности и производительности «новых» алгоритмов, а также каких-либо численных оценок их возможностей. Эти «опусы» переполнены десятками фрагментов псевдопрограмм, цена которых в миллионы раз меньше стоимости бумаги, на которой они напечатаны. Теория кодирования может быстро вернуть себе престиж самой важной отрасли теории информации, если российские специалисты, наконец, обратятся к разработкам, технологиям и прикладным исследованиям на базе современных теорий глобальной оптимизации функционалов [Золотарёв, 2017а, 2018; Золотарёв, Овечкин, 2004, 2017а; см. статью настоящего сборника *Кузнецов Н.А.* и др. Многопороговые алгоритмы на базе оптимизационной теории вблизи границы Шеннона, с. 99].

Отметим кратко другие эффективные алгоритмы декодирования. В публикациях [Золотарёв, 2017а; Золотарёв, Овечкин, 2017а] мы неоднократно отмечали, что символьные коды навели, наконец, в случайных недвоичных каналах полный порядок после 50-летнего застоя, случившегося после важнейшего для теории кодирования шестидесятых годов открытия кодов Рида – Соломона (РС). Но коды РС реальны только в своих коротких версиях. Использовать длинные коды РС нельзя, да и не надо, т.к. они тоже малоэффективны, а их декодеры неоправданно сложны. Ну, а больше ничего и нет. А символьные коды могут быть любой длины и даже при большом уровне шума декодируются оптимально, как это сделал бы недвоичный АВ, создать который для каких-либо не очень коротких недвоичных кодов, скорее всего, совершенно нереально. Уровень шума, при котором символьный МПД (QМПД) декодирует символьный код оптимально, в разы больше по вероятности ошибки канала, чем это могут позволить себе декодеры для кодов РС. Обширные данные по символьным МПД широко опубликован уже очень давно [Золотарёв, 2018; Золотарёв, Назиров, 2008; Золотарёв, Овечкин, 2004; Золотарёв и др., 2010; см. статью настоящего сборника *Кузнецов Н.А.* и др. Многопороговые алгоритмы на базе оптимизационной теории вблизи границы Шеннона, с. 99; www.mtdbest.ru]. Важно при этом и то, что для недвоичных кодов не существует сколько-нибудь эффективных алгоритмов Витерби, так как их сложность при больших q слишком велика [Золотарёв, 2017а; Золотарёв, Овечкин, 2017а].Таким образом, уже созданные системы с кодами РС должны работать, пока они нужны, а все новые задачи для недвоичных каналов следует решать с использованием исключительно символьных кодов, т. к. конкурентов у них теперь уже просто вообще не может быть.

В качестве примера высокой эффективности QМПД при очень малой избыточности, когда $R = 19/20$, читатели могут переписать на свой компьютер демо-программу для МПД (QМПД) блокового символьного кода по гиперссылке [http://www.mtdbest.ru/program/qmtd_demo_r.zip] со страницы «Обучение» сайта www.mtdbest.ru. Эта демо-программа, как и все другие программные средства на наших порталах, сопровождается инструкцией, которая позволяет настроить ряд параметров декодера. Очень важно, что на самых обычных ПК производительность QМПД, как и алгоритмов для двоичных кодов достигает десятков мегабит в секунду, что отлично иллюстрирует огромное преимущество методов, созданных на базе ОТ, над другими методами декодирования.

Отметим, что причина высокой скорости работы декодеров этого типа одна: единственный активный блок МПД — пороговый элемент, простейшее устройство. В случае аппаратной реализации в соответствии с теми же уже запатентованными решениями для ДСК и АБГШ каналов [Золотарёв, 1972, 2005, 2009, 2015; Золотарёв, Овечкин, 2005] символьный декодер также может обеспечить теоретически максимально возможную производительность для любой элементной базы, которая будет просто совпадать со скоростью продвижения данных по регистрам сдвига выбранной микросхемы или ПЛИС.

Таким образом, при наличии до недавнего времени работоспособной системы кодирования на базе только недвоичных коротких кодов РС (а в силу этого и малоэффективных) алгоритмы QМПД оказываются сейчас единственными реальными высокопроизводительными декодерами для недвоичных каналов со случайными ошибками. Они характеризуются высочайшей производительностью и способностью находить решения ОД даже в условиях очень большого уровня шума. Это означает, что ОТ полностью решила вопросы простого и высокодостоверного декодирования в недвоичных каналах и на сегодняшний день, и на перспективу.

Наконец, очень кратко отметим, что и в стирающих каналах запатентованные алгоритмы, идеологически относящиеся к МПД методам, на больших скоростях декодируют данные при $R = 1/2$ и при вероятности приёма из канала стёртых символов ~0,49 снижают долю невосстановленных алгоритмом символов до уровня менее 10^{-6} [Золотарёв, 2018; Золотарёв, 2017б; см. статью настоящего сборника *Кузнецов Н. А.* и др. Многопороговые алгоритмы на базе оптимизационной теории вблизи границы Шеннона, с. 99]. А недавно запатентованный нами АВ [Золотарёв, Овечкин, 2017б] для блоковых кодов (БАВ) со сложностью $\sim 2^K$, а не 2^{2K}, как умели буквально до недавнего времени наши теоретики, полностью исключает из конкурсов для гауссовских каналов вообще все алгебраические алгоритмы.

Таким образом, представленные результаты для всех основных типов каналов чётко свидетельствуют о безусловном и очень большом по всем параметрам эффективности и сложности преимуществе технологий и идеологии ОТ при решении задач теории кодирования, относящихся к исправлению, восстановлению, контролю и хранению цифровых данных в современных цифровых системах. ОТ успешно приняла эстафету во всех прикладных вопросах от классической алгебраической теории кодирования и выходит в новое бескрайнее интеллектуальное пространство оптимизационных алгоритмов, с линейной от длины кодов сложностью решающих все проблемы достижения оптимальной по максимуму правдоподобия достоверности цифрового контента нашей информационной цивилизации.

Мы полагаем, что число наших последователей и сторонников методов ПГЭФ, как и раньше, будет расти, а новые сферы исследований и разработок с использованием парадигм нашей новой «квантовой теории» в области помехоустойчивого кодирования, т. е. технологий ОТ и МПД, новых видов АВ-декодирования, дивергентных и каскадных схем будет быстро расширяться [Золотарёв, 2017а, 2018; Золотарёв, Овечкин, 2017а; Zolotarev et al., 2015; см. статью настоящего сборника *Кузнецов Н. А.* и др. Многопороговые алгоритмы на базе оптимизационной теории вблизи границы Шеннона, с. 99].

Большинство ссылок, относящихся к этой статье, как и многие другие материалы по ОТ и МПД алгоритмам, в том числе множество демо-программ, удобных для предварительного знакомства и исследований МПД, можно найти на наших сетевых порталах [www.mtdbest.ru; www.mtdbest.iki.rssi.ru] и в нашей новой монографии [Золотарёв, 2018]. Большое число ссылок на конкретные высокоскоростные демо-программы и исследовательские платформы по ОТ и МПД также представлены в источниках [www.mtdbest.ru, см. статью настоящего сборника *Кузнецов Н.А.* и др. Многопороговые алгоритмы на базе оптимизационной теории вблизи границы Шеннона, с. 99].

ЛИТЕРАТУРА

[Витерби, 1970] *Витерби А.Дж.* Границы ошибок для свёрточных кодов и асимптотически оптимальный алгоритм декодирования // Некоторые вопросы теории кодирования. М.: Мир, 1970. С. 142–165.

[Золотарёв, 1972] *Золотарёв В.В.* Устройство для декодирования линейных свёрточных кодов. А.С. СССР № 492878 от 1972.

[Золотарёв, 1986] *Золотарёв В.В.* Многопороговое декодирование // Проблемы передачи информации. 1986. Т. 22. Вып. 1. С. 104–109.

[Золотарёв, 2005] *Золотарёв В.В.* Высокоскоростное устройство многопорогового декодирования линейных кодов: патент на полезную модель. № 44216 от 27.02.2005.

[Золотарёв, 2009] *Золотарёв В.В.* Способ декодирования помехоустойчивого кода: патент на изобретение. РФ № 2377722 от 27.12.2009.

[Золотарёв, 2015] *Золотарёв В.В.* Способ декодирования помехоустойчивого кода: патент на изобретение. РФ № 2557454 от 25.06.2015.

[Золотарёв, 2017а] *Золотарёв В.В.* О новом этапе развития оптимизационной теории // Цифровая обработка сигналов. 2017. № 1. С. 33–41.

[Золотарёв, 2017б] Золотарёв В.В. Способ обнаружения и исправления стираний при приёме дискретной информации: патент на изобретение. РФ № 2611235 от 21.02.2017.

[Золотарёв, 2018] Золотарёв В.В. Теория кодирования как задача поиска глобального экстремума // под науч. ред. акад. РАН Н.А. Кузнецова. 2-е изд., испр. М.: Горячая линия – Телеком, 2018, 228 с.

[Золотарёв, Назиров, 2008] *Золотарёв В.В.*, *Назиров Р.Р.* Сверхнадежное исправление ошибок на основе МПД алгоритмов для баз данных систем ДЗЗ // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2008. Вып. 5. Т. 1. С. 267–272.

[Золотарёв, Овечкин, 2004] *Золотарёв В.В.*, *Овечкин Г.В.* Помехоустойчивое кодирование. Методы и алгоритмы: Справочник. М.: Горячая линия –Телеком, 2004. 126 с.

[Золотарёв, Овечкин, 2005] *Золотарёв В.В.*, *Овечкин Г.В.* Устройство многопорогового декодирования линейных кодов для гауссовских каналов: патент на полезную модель. № 44215 от 27.02.2005.

[Золотарёв, Овечкин, 2016] *Золотарёв В.В.*, *Овечкин Г.В.* О сопоставлении новых методов помехоустойчивого кодирования // Доклады 18-й Международной конф. «Цифровая обработка сигналов и её применение». Москва. 2016. Т. 1. С. 59–64.

[Золотарёв, Овечкин, 2017а] *Золотарёв В.В.*, *Овечкин Г.В.* Эффективные многопороговые методы декодирования самоортогональных кодов // Вестник РГРТУ. 2017. № 60. С. 113–122.

[Золотарёв, Овечкин, 2017б] *Золотарёв В.В.*, *Овечкин П.В.* Способ кодирования и декодирования блокового кода с использованием алгоритма Витерби: патент на изобретение. РФ № 2608872 от 25.01.2017.

[Золотарёв и др., 2010] *Золотарёв В.В.*, *Овечкин Г.В.*, *Назиров Р.Р.*, *Овечкин П.В.*, *Чулков И.В.* Эффективное недвоичное многопороговое декодирование помехоустойчивых кодов для систем дистанционного зондирования Земли // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2010. Т. 7. № 2. С. 269–274.

[Зубарев, Овечкин, 2008] *Зубарев Ю.Б.*, *Овечкин Г.В.* Помехоустойчивое кодирование в цифровых системах передачи данных // Электросвязь. 2008. № 12. С. 2–11.

[Кларк, Кейн, 1987] *Кларк Дж.*, *Кейн Дж.* Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи. М.: Радио и связь, 1987.

[Berrou et al., 1993] *Berrou C.*, *Glavieux A.*, *Thitimajshima P.* Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo Codes // Proc. Intern. Conf. Commun. Geneva, Switzerland. 1993. P. 1064–1070.

[Forney, 1974] *Forney G. D.* Convolutional codes. II. Maximum-likelyhood decoding // Information and control. 1974. V. 25. No. 3.

[Heller, Jacobs, 1971] *Heller J. A.*, *Jacobs J. M.* Viterbi decoding for satellite and space communication // IEEE Trans. Comm. Technology. Pt. 2. 1971. V. COM-19. No. 5.

[Zolotarev et al., 2015] *Zolotarev V. V.*, *Zubarev Y. B.*, *Ovechkin G. V.* Optimization Coding Theory and Multithreshold Algorithms // ITU Publications. 2015. URL: http://www.itu.int/pub/S-GEN-OCTMA-2015.

OPTIMIZATION THEORY: THE RECEPTION OF THE BATON OF LEADERSHIP FROM THE APPLIED CLASSIC THEORY OF ERROR-CORRECTING CODING

***V. V. Zolotarev*[1], *G. V. Ovechkin*[2], *R. R. Nazirov*[1]**

[1] Space Research Institute of Russian Academy of Sciences (IKI RAN)

[2] Ryazan State Radio Engineering Institute (RSREU)

We discuss the main implementation methods of multithreshold decoding (MTD) algorithms, considered as the procedure of searching the global extremum of functional with minimal, i.e. linear complexity with the code length growth. Due to results of the Optimization Theory (OT) possibilities comparison with the other methods, it follows that the methods of OT and MTD, together with the options of block Viterbi algorithm (BVA) patented by our scientific school and new paradigms of the OT development of noise-resistant coding, completely replace other methods of decoding by the criteria of simplicity implementation, proximity to the Shannon bound and desired veracity.

Keywords: error-correction coding, optimization theory, block Viterbi algorithm, self-orthogonal codes, symbolic codes, concatenated codes, multithreshold decoders, the code gain, the communication channel, the Shannon bound

---

Zolotarev Valery Vladimirovich — leading researcher, professor, doctor of technical sciences, zolotasd@yandex.ru

Ovechkin Gennady Vladimirovich — professor doctor of technical sciences, g_ovechkin@mail.ru

Nazirov Ravil Ravilyevich — head of department, doctor of technical sciences