

**ЦЕНТР НАУЧНОГО ЗНАНИЯ «ЛОГОС»**



**МОНОГРАФИЯ**

**СОВРЕМЕННАЯ НАУКА:  
АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ**

**Книга 2**

**под редакцией доктора философских наук, профессора  
Титаренко И. Н.**

**г. Ставрополь  
2012**

УДК 001 (075)

ББК 72

С-56

**Рецензенты:**

**Бурыкина М. Ю.** доктор психологических наук, профессор.

**Кирищиева И. Р.** доктор экономических наук, доцент.

**Ковчина И. М.** доктор педагогических наук, профессор.

**Красина И. Б.** доктор технических наук, профессор.

**Скорев М. М.** доктор экономических наук, профессор.

**Ткаченко И. В.** доктор психологических наук, доцент.

**Черкесова Э. Ю.** доктор экономических наук, профессор.

**Авторский коллектив:** Алексеенок А. А. (гл. 2), Ахмадова Х. Х. (гл. 10), Бондаренко Т. В. (гл. 9), Васильев М. В. (гл. 14), Ефимова И. Н. (гл. 1), Ефлова М. Ю. (гл. 3), Золотарев В. В. (гл. 11), Идрисова Э. У. (гл. 10), Каира Ю. В. (гл. 2), Карабанова И. В. (гл. 12), Коваль Т. В. (гл. 6), Крайнова О. А. (гл. 14), Овечкин Г. В. (гл. 11), Овечкин П. В. (гл. 11), Смирнова А. Г. (гл. 4), Сывороткина И. Ю. (гл. 7), Сыркин А. М. (гл. 10), Терещенко О. В. (гл. 13), Утробина Т. Г. (гл. 5), Филькина О. Ю. (гл. 8).

**Современная наука: актуальные проблемы и перспективы развития:** монография. Книга 2 / под ред. проф. И. Н. Титаренко – Ставрополь: Центр научного знания «Логос», 2012. – 286 с.

**ISBN 978-5-905519-20-8**

Монография может быть полезна для научных работников, студентов, аспирантов, преподавателей средних и высших учебных заведений.

**ISBN 978-5-905519-20-8**

© Центр научного знания «Логос»

© Коллектив авторов

**СОДЕРЖАНИЕ**

|  |     |
|--|-----|
| Предисловие.....   | 4   |
| Глава 1. Создание научно-инновационных кластеров как основа модернизации региональной системы образования, политики, экономики и бизнеса.....                      | 8   |
| Глава 2. Социально-экономические основания выделения среднего класса в структуре современного российского общества.....  | 37  |
| Глава 3. Социальное исключение в российском обществе: экономические, социальные и правовые аспекты исследования.....   | 54  |
| Глава 4. Толерантность, как новая парадигма культуры.....  | 79  |
| Глава 5. Психолингвистическое моделирование: ассоциативный код в наружной рекламе.....   | 98  |
| Глава 6. Страх старости как актуальная проблема современной науки: социально-философский и культурологический аспекты.....   | 113 |
| Глава 7. Возникновение и развитие наследования по завещанию: исторический и сравнительно-правовой аспекты.....   | 127 |
| Глава 8. Опыт и уроки реформ второй половины XIX века для модернизации современной России: социально-политический аспект.....                                      | 143 |
| Глава 9. Становление и формирование общественных центров городов-заводов Западной Сибири Кольвань (1726), Барнаул (1730), Змеиногорск (1736), Павловск (1764)..... | 158 |
| Глава 10. Основные реконструкции установок термического крекинга на уфимских НПЗВ 1950-1970-е годы.....  | 179 |
| Глава 11. Многопороговое декодирование помехоустойчивых кодов для повышения надежности передачи и хранения данных.....   | 201 |
| Глава 12. Проблемы экологической безопасности туристско-рекреационных систем Европейского Юга России.....  | 223 |
| Глава 13. Особенности почвенной микрофауны в экосистемах Кольского полуострова.....  | 239 |
| Глава 14. Автоматизация работы службы технической поддержки интернет-провайдера.....   | 268 |
| Сведения об авторах.....   | 286 |

## ГЛАВА 11. МНОГОПороГОВОЕ ДЕКОДИРОВАНИЕ ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫХ КОДОВ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ПЕРЕДАЧИ И ХРАНЕНИЯ ДАННЫХ<sup>©</sup>

### Введение

Как известно, современный мир находится в очень сложной и довольно длительной стадии перехода от аналоговых систем к полностью цифровым системам передачи, обработки и хранения информации. Переход к цифровым методам в информатике определяется совокупностью огромных достоинств цифрового представления данных. Это и высочайшая плотность записи при хранении, и гарантированная точность как при воспроизведении, так и при копировании информации. Имеется также возможность простого кодирования данных при всех тех допустимых уровнях шума, при которых достижимо высокоточное восстановление данных после передачи по высокоскоростным спутниковым, космическим и многим другим всегда очень дорогим каналам связи.

Трудности перехода мирового сообщества к цифровым форматам данных определяются тем, что наиболее сложной, воистину центральной и одной из самых наукоемких проблем цифровой обработки данных является исправление ошибок, во-первых, после передачи цифрового потока по каналу связи с большим уровнем шума, и, во-вторых, при чтении информации, записанной, возможно, с ошибками в базу данных.

Эта проблема оказалась настолько сложной, если решать ее для реальных, т.е. больших уровней шума, что в течение полувека она всесторонне обсуждается на десятках ежегодных конференций. Да и монографий по тематике помехоустойчивого кодирования за эти годы вышло уж не менее пятидесяти. И, тем не менее, до самого последнего времени можно было утверждать, что достаточно простых и одновременно действительно эффективных при большом уровне шума методов исправления ошибок так и не было создано.

Абсолютная необходимость использования помехоустойчивого кодирования для каналов передачи информации была выяснена много десятилетий назад почти сразу же после появления первых методов коррекции ошибок: кодов Хемминга и других поначалу простейших процедур. Оказалось, что применение хороших методов исправления ошибок фактически соответствует по своим результатам эффекту примерно 10-кратного повышения мощности генерируемого сигнала на передающей стороне. Это чрезвычайно важно во многих случаях использования цифровой радиосвязи, особенно на борту космических аппаратов, когда увеличение реальной физической мощности передатчика технически невозможно.

Эффект применения кодирования называют энергетическим выигрышем кодирования (ЭВК). Причем, обращаясь к современным потребностям информатики, можно сразу же указать, что в связи с постоянным ростом требований к достоверности цифрового обмена требуемая величина ЭВК быстро растет, что и подчеркивает насущную необходимость развития методов декодирования помехоустойчивых кодов для очень разных технических приложений – иначе эффективная цифровая передача в принципе оказывается невозможной. Дело в том, что применение кодирования обеспечивает очень заметное повышение КПД использования каналов цифровой связи. Этот КПД становится больше, если применяемые коды и, самое главное, используемые методы коррекции ошибок действительно могут справиться с ошибками по возможности при более высоком уровне шума в канале. Поиск конкурирующих алгоритмов, которые наиболее просто и с максимальной достоверностью исправляли бы потоки ошибок в сильно шумящих каналах, заняты многие тысячи

---

<sup>©</sup> Золотарёв В.В., Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Институт космических исследований РАН, г. Москва Рязанский государственный радиотехнический университет, г. Рязань

исследователей по всему миру.

Большое внимание развитию цифровых систем передачи данных уделяется и в России. И хотя на конец 2010 года по данным Международного союза электросвязи Россия занимала лишь 47-е место в мире по уровню развития инфокоммуникационных технологий, в настоящее время правительство РФ активно субсидирует проведение исследований в этой области и внедрение их результатов в технику связи. При этом особое внимание, по словам Президента РФ, должно уделяться созданию собственных технологий.

Далее представлены результаты оригинальных исследований, проводимых в Институте космических исследований и Рязанском государственном радиотехническом университете, в рамках которых разрабатываются эффективные и удобные для практической реализации очень простые методы декодирования помехоустойчивых кодов, называемые алгоритмами многопорогового декодирования (МПД). Алгоритм МПД, являющийся исключительно российской разработкой и построенный на принципиально новых, но весьма неожиданных для теории помехоустойчивого кодирования принципах, позволил решить практически все основные проблемы высококачественного декодирования цифровых данных.

### 1. Эффективность современных методов коррекции ошибок

Перед изложением основных принципов работы многопороговых декодеров обсудим возможности современных алгоритмов исправления ошибок. Отметим, что на сегодняшний день в теории помехоустойчивого кодирования известно всего несколько методов коррекции ошибок в цифровых данных, обеспечивающих работу вблизи пропускной способности канала. Рассмотрим их эффективность для канала с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) и двоичной фазовой модуляцией (ФМ2) при использовании двоичных кодов с кодовой скоростью  $R=1/2$ <sup>1</sup>. Отметим, что при таких параметрах канала и кодов теоретически можно работать при битовом отношении сигнал/шум, равным 0,2 дБ (кривая « $C=1/2$ » на рис. 1).

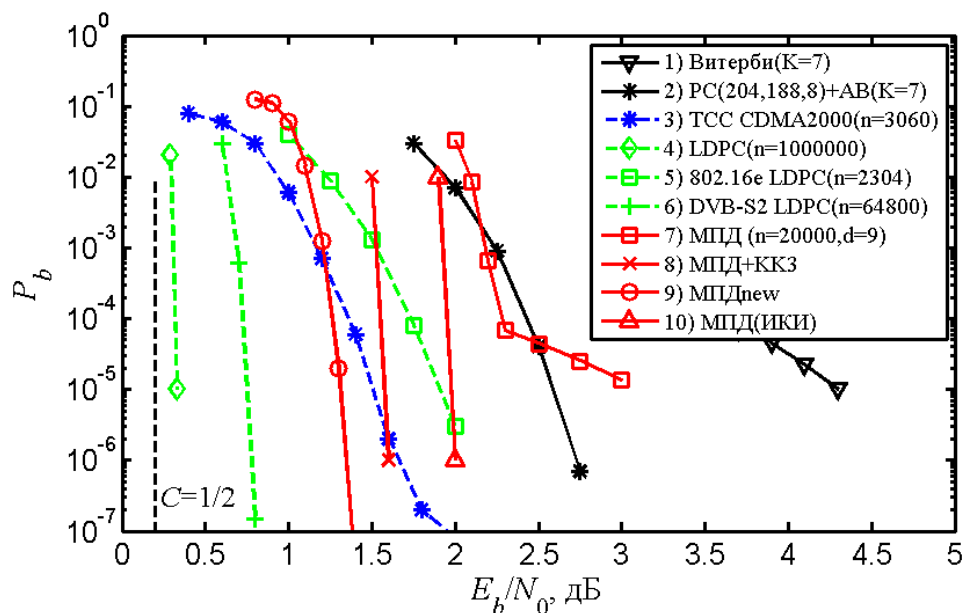


Рис. 1. Эффективность методов коррекции ошибок в канале с АБГШ и ФМ2

Наиболее широкое практическое применение в реальных системах связи нашли сверточные коды, для декодирования которых часто используется оптимальный алгоритм

<sup>1</sup> Зубарев Ю.Б., Овечкин Г.В. Помехоустойчивое кодирование в цифровых системах передачи данных // Электросвязь. М., 2008. №12. С.2–11.

Витерби<sup>2</sup> (кривая «1) Витерби( $K=7$ )» на рис. 1), и различные каскадные коды, например, каскадные коды, состоящие из кода Рида-Соломона и сверточного кода (кривая «2)  $PC(204,188,8)+AB(K=7)$ » на рис. 1). Эти методы появились и развивались в 70-х – 80-х годах прошлого века. Характеристики данных методов коррекции ошибок, как следует из представленных графиков, существенно хуже теоретически возможных. В последнее время зарубежными специалистами активно развиваются турбо<sup>3,4</sup> и низкоплотностные коды<sup>5</sup>, эффективность которых очень высока. Например, методы декодирования турбо кодов, рекомендованных стандартом CDMA2000, обеспечивают характеристики, представленные кривой «3) TCC CDMA2000( $n=3600$ )». А с помощью низкоплотностных кодов длиной в миллион битов можно обеспечить сколь угодно малую вероятность ошибки декодирования при работе менее чем в 0,1 дБ от пропускной способности гауссовского канала (кривая «4) LDPC( $n=1000000$ )» на рис. 1). Эффективность декодеров низкоплотностных кодов меньшей длины, представлена на рисунке кривыми «5) 802.16e LDPC( $n=2304$ )» и «6) DVB-S2 LDPC( $n=64800$ )». К сожалению, все эти методы при работе в условиях большого шума все еще обладают весьма большой сложностью реализации, что затрудняет их практическое применение в высокоскоростных системах передачи и хранения данных.

Интересным направлением в области разработки алгоритмов коррекции ошибок является многопороговое декодирование (МПД)<sup>6,7</sup>, развиваемое только российскими специалистами. Для МПД показано, что они позволяют почти оптимально (т.е. так же хорошо, как и переборные экспоненциально сложные от длины кода методы!) декодировать даже очень длинные коды с линейной от длины кода сложностью исполнения, демонстрируя при этом достаточно хорошие корректирующие способности, пример которых для кода длиной 20000 битов, кодовым расстоянием  $d=9$  и кодовой скоростью  $R=1/2$  представлен на рис. 1 кривой «7) МПД ( $n=20000, d=9$ )». При этом МПД выполняют только простейшие операции сложения и сравнения целых чисел, что делает их очень привлекательными для применения в существующих и вновь создаваемых высокоскоростных цифровых системах передачи и хранения данных.

## 2. Принцип многопорогового декодирования

Многопороговый декодер (МПД) является развитием простейшего порогового декодера Мессис<sup>8</sup> и позволяет декодировать блочные и сверточные самоортогональные коды (СОК). В основе работы МПД лежит итеративное декодирование, в процессе которого оказывается возможным приблизиться к решению оптимального декодера в достаточно широком диапазоне кодовых скоростей и уровней шума в канале. При этом МПД сохраняет простоту и быстрдействие обычного порогового декодера. Рассмотрим данный декодер и используемые в нем коды более подробно.

СОК являются подклассом кодов, допускающих мажоритарное декодирование. СОК характеризуются тем, что система всех проверок, контролирующая ошибку в любом информационном символе, уже сама является ортогональной относительно данной ошибки.

<sup>2</sup> Витерби А. Границы ошибок для сверточных кодов и асимптотически оптимальный алгоритм декодирования // Некоторые вопросы теории кодирования. М.: Мир, 1970. С.142–165.

<sup>3</sup> Berrou C., Glavieux A., Thitimajshima P. Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo Codes // Proc. of the Intern. Conf. on Commun. 1993. May. P.1064–1070.

<sup>4</sup> Press Release, ANA announces Turbo Product Code Forward Error Correction Technology. 1998.

<sup>5</sup> MacKay D.J.C., Neal R.M. Near Shannon limit performance of low density parity check codes // IEEE Electronics Letters. Aug. 1996. V.32. №18. P.1645–1646.

<sup>6</sup> Золотарёв В.В., Зубарев Ю.Б., Овечкин Г.В. Многопороговые декодеры и оптимизационная теория кодирования. – М.: Горячая линия – Телеком, 2012.

<sup>7</sup> Золотарёв В.В. Теория и алгоритмы многопорогового декодирования. М.: Радио и связь, Горячая линия – Телеком, 2006.

<sup>8</sup> Мессис Дж. Пороговое декодирование / Пер. с англ.; Под ред. Э.Л. Блоха. – М.: Мир, 1966.

Отметим, что в данном случае под ортогональностью системы проверок относительно ошибки понимается то, что данная ошибка участвует во всех проверках системы, и ни одна другая ошибка не участвует более чем в одной проверке.

Для реализации операции кодирования СОК можно использовать простейшие схемы, построенные на основе регистров сдвига. Пример схемы кодера блокового СОК<sup>9</sup>, заданного порождающим полиномом  $g(x) = 1 + x + x^4 + x^6$ , представлен на рис. 2. Данный код характеризуется параметрами  $n=26$ ,  $k=13$ ,  $R=1/2$ ,  $d=5$ . Подобная схема используется и при кодировании сверточным СОК.

Полезно знать предельные вероятности ошибки, которые можно обеспечить при наилучшем декодировании данных кодов. Для оценки вероятности ошибки на бит  $P_b$  при оптимальном (переборном) декодировании СОК, можно воспользоваться выражением

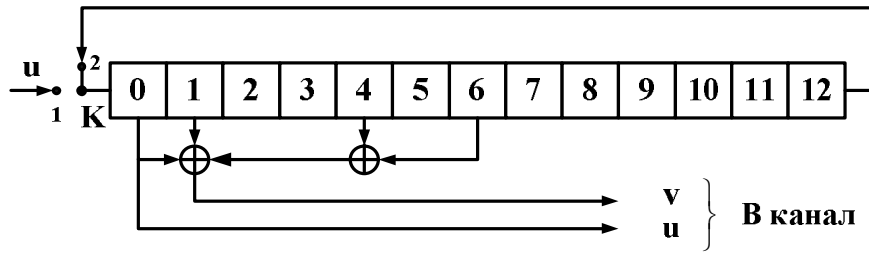


Рис. 2. Кодер блокового СОК с  $R=1/2$ ,  $d=5$  и  $n=26$

$$P_b = \begin{cases} \sum_{i=(d+1)/2}^d C_d^i p^i (1-p)^{d-i}, & \text{для ДСК при нечетном } d; \\ \frac{1}{2} C_d^{d/2} p^{d/2} (1-p)^{d/2} + \sum_{i=(d/2)+1}^d C_d^i p^i (1-p)^{d-i}, & \text{для канала типа ДСК при четном } d; \\ Q\left(\sqrt{2d E_s / N_0}\right), & \text{для канала с АБГШ и ВРСК,} \end{cases} \quad (1)$$

где  $d$  – кодовое расстояние;  $p$  – вероятность ошибки в канале (для двоичного симметричного канала);  $E_s/N_0$  – отношение сигнал/шум (для канала с АБГШ);

$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt$  – интеграл ошибок.

Далее рассмотрим основные принципы многопорогового метода декодирования. Пусть задан двоичный линейный систематический блоковый или сверточный СОК, который используется для передачи сообщения из  $k$  двоичных символов. Пусть необходимо передать информационный блок  $\mathbf{u}$ . Устройство кодирования на основании информационного блока  $\mathbf{u}$  получает проверочный блок  $\mathbf{v}$  и формирует кодовое слово  $\mathbf{c}=(\mathbf{u},\mathbf{v})$ . После кодирования общее число кодовых символов равно  $n$ ,  $n>k$ .

После передачи по двоичному симметричному каналу (ДСК) декодер получает вместо кодового слова  $\mathbf{c}$  искаженное шумами сообщение  $\mathbf{y}=(\mathbf{u}',\mathbf{v}')$  длины  $n$ . Сначала, как и в обычном пороговом декодере, вычисляется синдром  $\mathbf{s}=\mathbf{H}\mathbf{y}$  (здесь  $\mathbf{H}$  – проверочная матрица СОК) принятого сообщения, и для каждого информационного символа  $u_j$ ,  $1 \leq j \leq k$ , выделяется множество  $\{s_p\}$  элементов синдрома с номерами  $\{p\}$ , называемых проверками относительно символа  $u_j$  и содержащих в качестве слагаемого ошибку  $e_j$  в этом символе.

Дополнительно к пороговому декодеру в МПД вводится двоичный вектор  $\mathbf{d}$  длиной  $k$ , называемый разностным, первоначально заполненный нулями. В данном векторе будут

<sup>9</sup> Золотарёв В.В., Овечкин Г.В. Помехоустойчивое кодирование. Методы и алгоритмы. Справочник. М.: Горячая линия – Телеком, 2004.

отмечаться измененные информационные символы для того, чтобы декодер «помнил» принятое из канала сообщение и всегда мог вычислить разность между этим сообщением и кодовым словом, находящимся в информационном регистре.

Основной шаг декодирования заключается в том, что для произвольно взятого символа  $u_j$  вычисляется функция правдоподобия  $L_j$ , зависящая от относящихся к нему проверок и  $j$ -го элемента вектора  $\mathbf{d}$ :

$$L_j = \sum_{p \in \Theta_j} s_p + d_j, \quad (2)$$

где  $d_j$  – символ разностного вектора, относящийся к декодируемому символу  $u_j$  (равный 0 или 1);  $s_p$  –  $p$ -й элемент вектора синдрома, входящий во множество проверок относительно декодируемого символа  $u_j$ ;  $\Theta_j$  – множество номеров проверок, контролирующих  $j$ -й информационный символ.

Общее число слагаемых в (2) равно кодовому расстоянию  $d$ . Если  $L_j > T$ , где  $T = (d-1)/2$  – пороговое значение, то символ  $u_j$ , все участвующие при получении  $L_j$  проверки и символ  $d_j$  инвертируются, после чего выбирается другой символ  $u_m$ ,  $m \neq j$ , для него снова вычисляется сумма  $L_m$  и т.д. Если же  $L_j \leq T$ , то сразу осуществляется переход к декодированию следующего символа  $u_m$ .

Пример схемы, реализующей алгоритм многопорогового декодирования блочного СОК<sup>9</sup>, заданного полиномом  $g(x) = 1 + x + x^4 + x^6$ , представлен на рис. 3.

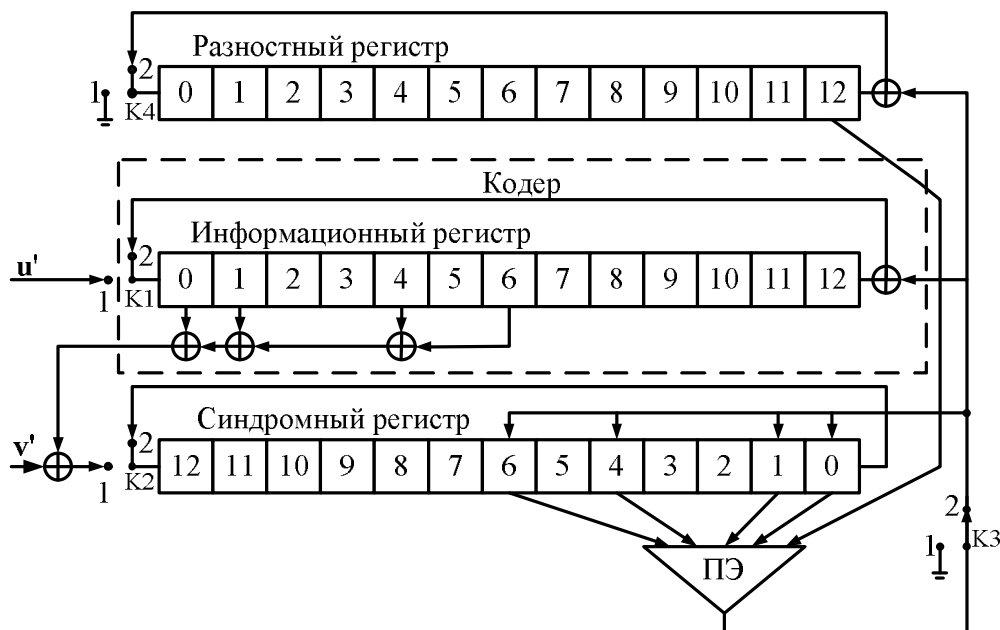


Рис. 3. Многопороговый декодер блочного СОК с  $R=1/2$ ,  $d=5$  и  $n=26$

В публикациях по МПД показано, что его основным свойством является строгое приближение его решения к решению оптимального (по максимуму правдоподобия) декодера при каждом изменении декодируемого символа<sup>6,7</sup>. Это определяется тем, что при изменении символа суммарный вес синдрома  $\mathbf{s}$  и разностного вектора  $\mathbf{d}$  обязательно уменьшается и, таким образом, происходит переход к кодовому слову, которое более правдоподобно, чем кодовое слово, находившееся в МПД в предыдущий момент времени.

Однако процесс перехода от одного кодового слова к другому, более правдоподобному, может прекратиться до того, как МПД достигнет решения оптимального декодера. Основной причиной этого является значительная подверженность пороговых декодеров, являющихся



составной частью МПД, эффекту размножения ошибок (РО)<sup>6,7,10</sup>. Данный эффект проявляется в том, что после совершения декодером ошибки через ветви обратной связи в синдром попадает большое число ошибок декодера, которые мешают правильному декодированию информационных символов на последующих итерациях. Это приводит к существенному росту вероятности ошибки декодирования. Следовательно, основным способом приближения решения МПД к решению оптимального декодера является уменьшение размножения ошибок.

В ряде работ авторами предложены подходы, позволяющие оценить подверженность кода РО и построить коды с минимальным уровнем РО<sup>6,7,11</sup>. Показано, что для получения наилучших характеристик необходимо использовать коды, в которых присутствует несколько информационных и проверочных ветвей. Пример кодера такого кода, содержащего две информационных и две проверочные ветви ( $R=2/4$ ), представлен на рис. 4.

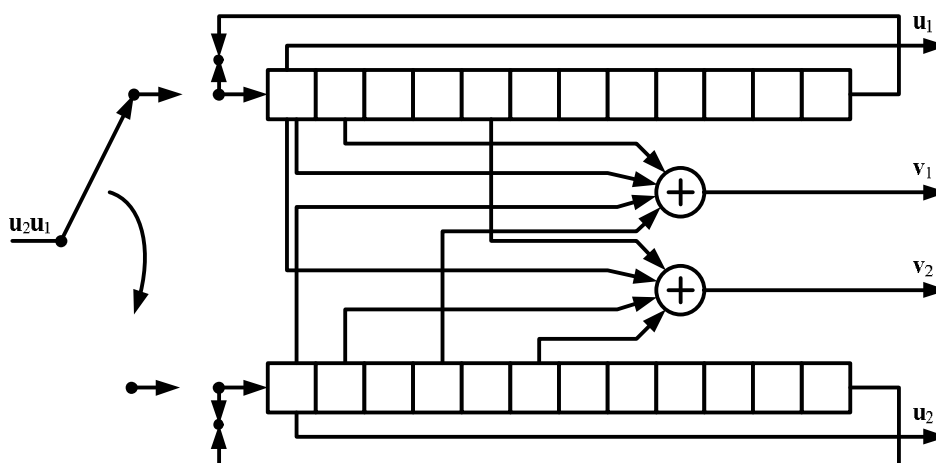


Рис. 4. Схема кодера сверточного СОК с двумя информационными и двумя проверочными ветвями

При использовании кода такой структуры удастся добиться существенного снижения уровня размножения ошибок за счет уменьшения числа общих ошибок, участвующих при декодировании разных информационных битов<sup>6,7</sup>. Следует отметить, что как программная, так и аппаратная реализация МПД для данного кода также не представляет никакой сложности. Также заметим, что только за счет грамотного выбора кода и оптимизации его структуры<sup>7,11</sup> без усложнения схемы декодирования можно получить дополнительный энергетический выигрыш порядка 1..1,5 дБ.

Отметим, что МПД, как и обычный пороговый декодер, легко модифицируется для суммирования проверок в (2) с некоторыми коэффициентами, в частности, при работе с квантованными на несколько уровней решениями мягкого модема, дополнительные выходные биты которого определяют надежность выносимого решения. В ряде публикаций показано, что использование мягких решений демодулятора позволяет достигать на 1,4...1,7 дБ лучших результатов, чем при использовании только жестких решений демодулятора. При этом выражение (2) для вычисления функции правдоподобия  $L_j$  принимает вид

<sup>10</sup> Давыдов А.А., Золотарёв В.В., Самойленко С.И., Третьякова Е.И. Вычислительные сети. – М.: Наука, 1981.

<sup>11</sup> Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Оптимизация структуры не двоичных самоортогональных кодов для схем параллельного кодирования // Труды НИИР, 2009, №2, С.34–38.

$$L_i = \sum_{p \in \Theta_j} (2s_p - 1)w_p + (2d_j - 1)w_j, \quad (3)$$

где  $\{w_p\}$  – коэффициенты, отражающие надежность проверок  $\{s_p\}$ ;  $w_j$  – коэффициент, отражающий надежность принятого символа  $u_j$ . В качестве оценок надежности принятых из канала символов можно использовать, например, логарифм отношения правдоподобия

$$w_j = \ln \frac{P(u_j = 1 | r_j)}{P(u_j = 0 | r_j)}, \quad (4)$$

где  $r_j$  – принятый из канала символ, соответствующий переданному информационному символу  $u_j$ . Для упрощения вычислений значения  $w_j$  могут квантоваться на несколько уровней.

Для определения веса проверок можно использовать и другие подходы<sup>12</sup>, совместное применение которых позволяет увеличить ЭВК примерно на 0,5 дБ по сравнению только с (4).

### 3. Сложность реализации многопорогового декодера

Рассмотрим вопросы сложности реализации МПД блочного и сверточного кода, под которой будем понимать число арифметических операций, эквивалентных сложению, требуемых для декодирования одного информационного символа. Из анализа схемы работы блочного МПД (рис. 3) следует, что в процессе декодирования одного информационного бита выполняется  $I$  итераций, на каждой из которых вычисляется сумма на пороговом элементе ( $d-1$  операция сложения) и, в случае необходимости, инвертируются  $d+1$  элементов информационного, синдромного и разностного векторов. Последнее событие обычно происходит с вероятностью, меньшей вероятности ошибки в канале  $p$ . Дополнительно на начальном этапе работы МПД вычисляется синдром, для чего выполняются  $d-1$  операция сложения по модулю 2 на один информационный бит. Таким образом, количество операций  $N_{МПД}$ , требуемых для декодирования одного информационного бита, не превосходит

$$N_{МПД} \leq I(d + 1 + p(d + 1)) + d - 1 \leq I(d + 3) + d - 1 \leq (I + 1)(d + 3), \quad (5)$$

где  $I$  – количество итераций декодирования, и приближения сделаны в предположении, что  $p \leq 0,1$  и  $d < 20$ . Заметим, что реальное количество операций МПД оказывается на 10...30 % меньше оценки (5), поскольку доля исправляемых символов, особенно на последних итерациях декодирования, оказывается существенно меньше  $p$ . Кроме того, в большинстве случаев при незначительной потере в эффективности<sup>13</sup> (около 0,1 дБ) удается уменьшить общее число операций до величины  $N_{МПД} \approx 4d + 3I$ . В результате программный МПД оказывается в 10...100 раз быстрее сопоставимых по эффективности турбо кодов<sup>14</sup>, и в 5...8 раз быстрее LDPC кодов. При аппаратной реализации разница в быстродействии оказывается значительно больше, достигая двух-трех порядков для турбо кодов и порядка для LDPC кодов.

Сложность программной реализации МПД сверточного СОК равна сложности МПД блочного кода, т.е.  $N_{МПД} \approx (I+1)(d+3)$  или  $N_{МПД} \approx 4d+3I$  при пренебрежимо малых потерях в

<sup>12</sup> Золотарёв В.В., Овечкин Г.В. Устройство многопорогового декодирования линейных кодов для гауссовских каналов // Патент Российской Федерации на полезную модель №44215 по заявке №2004130722 от 28.10.2004 г.

<sup>13</sup> Золотарёв В.В. Высокоскоростное устройство для многопорогового декодирования линейных кодов // Патент Российской Федерации на полезную модель №44216 по заявке №2004130723 от 28.10.2004 г.

<sup>14</sup> Золотарёв В.В., Овечкин Г.В. Сложность реализации эффективных методов декодирования помехоустойчивых кодов // 6-я межд. конф. и выст. «Цифровая обработка сигналов и ее применение». – М., 2004. Т.1. С. 220–221.

энергетике (около 0,1 дБ). В последнем случае МПД при одинаковой эффективности с достаточно мощными турбо кодами оказываются быстрее почти в 100 раз.

При аппаратной реализации МПД сверточного кода скорость его работы будет определяться скоростью продвижения данных по регистрам сдвига  $V_P$ , поскольку пороговые элементы для многих кодов, декодируемых с помощью МПД, можно реализовать в виде простой одноклапчатой схемы<sup>15</sup>. Причем для сверточных кодов скорость не будет зависеть от количества итераций декодирования, т.е.  $V_{МПД} \approx k_0 V_P$ , что позволяет МПД при его аппаратной реализации быть в некоторых случаях в 100...1000 раз быстрее турбо кодов.

Заметим, что методы помехоустойчивого декодирования двоичных потоков на основе МПД-алгоритмов, которые начали развиваться на 22 года раньше своих зарубежных аналогов-конкурентов, уже реализованы и проверены в аппаратуре космической связи НИИ Радио, где за 20 лет создано 5 поколений декодеров, успешно применялись Воронежским НИИ связи и получили премию Правительства РФ по науке и технике 2004 года. Одна из последних реализаций МПД была разработана в ИКИ РАН на ПЛИС Altera Stratix EP1S20 (рис. 5)<sup>16</sup>. Этот МПД является очередным важнейшим этапом развития декодеров сверточных кодов на базе МПД и может считаться представителем их шестого поколения. В данной ПЛИС реализован кодер, модуль генератора гауссовского шума и декодер, состоящий из 9-ти итераций коррекции ошибок. Разрядность шины данных 8 бит, частота следования данных 40 МГц (общая информационная скорость до 320 Мбит/сек). Длина каждой итерации декодера составляет 256 бит.



Рис. 5. МПД, разработанный в ИКИ РАН на ПЛИС Altera Stratix EP1S20

В процессе разработки рассматриваемого МПД как составной части аппаратно-программного демонстрационно-измерительного стенда был создан комплекс программных средств, который обеспечивал генерацию информационного потока, формирование шума с настраиваемыми параметрами, имитацию аппаратной версии декодера, оценку скорости работы прибора (демонстрация производительности декодера в спутниковом канале на скорости 320 Мбит/сек), а также измерение достоверности декодирования в зависимости от уровня шума канала.

Данный проект показал, что всегда можно получить хорошие энергетические характеристики декодирования при высоком уровне шума на информационной скорости до 320 Мбит/с при **исключительно малой (!)** аппаратной сложности, что чрезвычайно ценно для систем дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) и для всех новых систем микро- и нано- спутников.

В 2009 г. в ИКИ РАН завершились испытания декодера, работающего уже на

<sup>15</sup> Золотарёв В.В., Зубарев Ю.Б., Овечкин Г.В. Высокоскоростной многопороговый декодер для систем передачи больших объемов данных // Научно-технический сборник «Техника средств связи», серия «Техника телевидения», юбилейный выпуск. – М.: МНИТИ, 2010. С. 41–43.

информационной скорости более 1 Гбит/с. Этого удалось достичь за счет использования конвейера при реализации процедур вычислений на пороговом элементе декодера. В данной сверхвысокоскоростной версии МПД декодера удалось максимально эффективно использовать вычислительные ресурсы очень недорогой ПЛИС. Энергетическая эффективность и общие размеры наземной части комплекса (декодера) в общем случае определяются выбором конкретных типов и числа ПЛИС приемной части системы кодирования. Пример характеристик, обеспечиваемых данным МПД, представлен на рис. 1 кривой «10) МПД(ИКИ)».

Таким образом, важнейшим достоинством предлагаемых МПД алгоритмов наряду с высокой эффективностью оказывается возможность их чрезвычайно высокого быстродействия при аппаратной реализации, так как эти алгоритмы допускают полное их распараллеливание, что позволяет производить МПД декодирование в темпе, совпадающим с быстродействием регистров сдвига (самых высокоскоростных элементов схемотехники!) в выбранной элементной базе. В настоящее время не известны алгоритмы других типов, которые хоть отчасти обладали бы подобными свойствами. Эти возможности высокоскоростной работы МПД всегда можно сохранить фактически при любых модификациях и усовершенствованиях МПД методов, известных к настоящему моменту.

#### 4. Эффективность многопороговых декодеров при использовании двоичной фазовой модуляции

Рассмотрим эффективность МПД для построенных СОК с различными параметрами в канале с АБГШ при использовании модуляции типа BPSK и 16-ти уровневое квантование выхода демодулятора.

На рис. 6 представлены полученные с помощью разработанных программных средств характеристики МПД для различных блоковых СОК с кодовой скоростью  $R=1/2$  и кодовым расстоянием  $d=9$ , имеющих различный уровень РО. При получении графиков выполнялось от 5 до 20 итераций декодирования. На рисунке кривая 1 соответствует характеристикам МПД для кода с  $R=1/2$  и  $n=1350$ , обладающего невысокой устойчивостью к РО. Из рисунка видно, что вероятность ошибки МПД для данного кода оказывается примерно на порядок больше вероятности ошибки оптимального декодера для кода с  $R=1/2$  и  $d=9$ , представленной на рис. 6 пунктиром  $P_{opt}$ . Кривой 2 отражены характеристики кода с  $R=2/4$  и  $n=1200$ . Начиная с отношения сигнал/шум 3,5 дБ МПД выполняет близкое к оптимальному декодирование данного кода. Для данной кривой пунктиром показан 95 % доверительный интервал для вероятности ошибки.

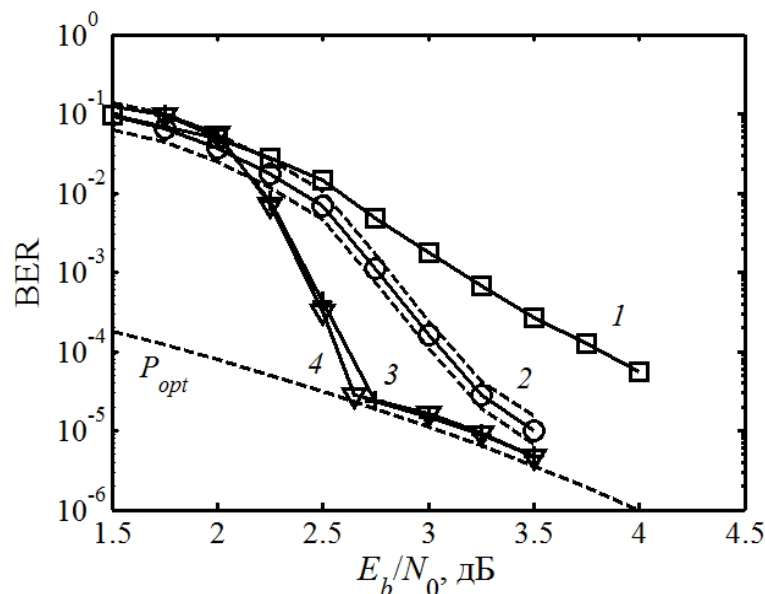


Рис. 6. Характеристики МПД для СОК с  $R=1/2$ ,  $d=9$  и различным размножением ошибок

Эффективность МПД для более длинного СОК с  $R=2/4$  и  $n=7600$  представлена на рис. 6 кривой 3. Отметим, что за счет использования более длинного кода, в большей степени устойчивого к РО, удалось приблизить границу области эффективной работы МПД, в которой он почти оптимально декодирует используемые с ним коды, к отношению сигнал/шум 2,7 дБ. Отметим, что переход к еще более длинным кодам с  $R=4/8$  и  $n=9700$  с большим количеством информационных и проверочных ветвей, вероятность ошибки декодирования для которых представлена кривой 4, приводит лишь к незначительному улучшению ЭВК, значение которого находится в пределах погрешности моделирования.

Отметим, что для МПД, также как и для турбо кодов, свойственно наличие области насыщения вероятности ошибки, в которой скорость уменьшения вероятности ошибки на выходе декодера снижается. Данные области возникают из-за того, что, начиная с определенного отношения сигнал/шум (для кривых 3 и 4 начиная с 2,7 дБ), МПД уже приблизился к характеристикам оптимального декодера, которые для кодов с небольшим кодовым расстоянием с уменьшением уровня шума в канале улучшаются медленно.

На рис. 7 представлены характеристики МПД для блоковых СОК при различной кодовой скорости  $R$ . Здесь кривая 1 отражает характеристики кода с кодовой скоростью  $R=2/6$ , кодовым расстоянием  $d=9$  и длиной  $n=4400$ , кривая 2 соответствует коду с  $R=2/6$ ,  $d=13$ ,  $n=13200$ , кривая 3 повторяет кривую 3 с рис. 6 ( $R=2/4$ ,  $d=9$ ,  $n=7600$ ) и кривая 4 представляет характеристики МПД для кода с  $R=4/6$ ,  $d=7$  и  $n=9300$ . Последние три кода выбирались так, чтобы вероятность ошибки при их оптимальном декодировании была примерно одинаковой (пунктиры  $P_{opt}$ ).

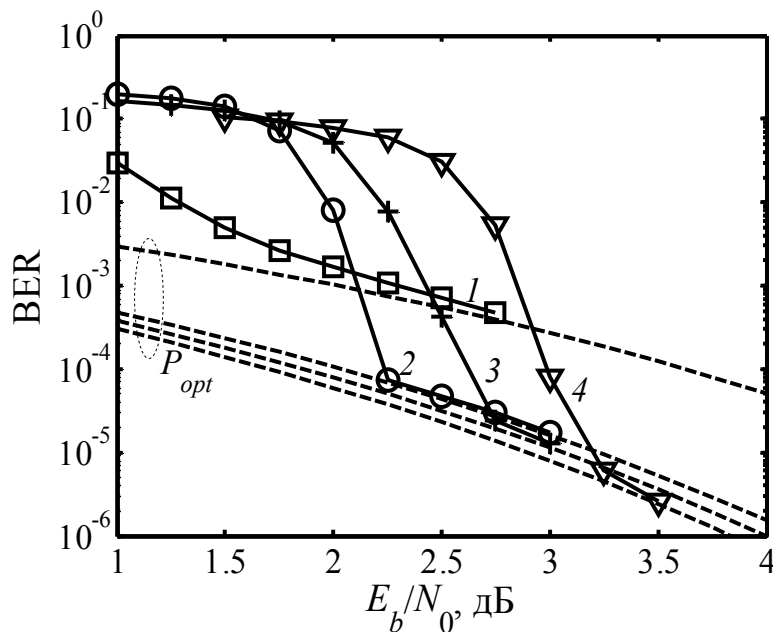


Рис. 7. Характеристики МПД для СОК с различной кодовой скоростью

Из анализа представленных на рис. 7 графиков следует, что характеристики МПД для кодов с меньшей кодовой скоростью  $R$  при одинаковом кодовом расстоянии  $d$  быстрее сходятся к оптимальным. Однако вероятность ошибки в области близкого к оптимальному декодирования для кодов с меньшим  $R$  при одинаковом  $d$  оказывается выше. Это объясняется большими потерями в энергетике из-за необходимости передачи большего числа проверочных символов. Так же отметим, что код с  $R=1/3$  позволяет работать примерно в 2,7 дБ от пропускной способности канала с АБГШ и модуляции BPSK ( $C_{AWGN,1/3} \approx -0,5$  дБ), коды с  $R=1/2$  – в 2,5 дБ от пропускной способности канала ( $C_{AWGN,1/2} \approx 0,2$  дБ), а код с  $R=2/3$  – в 2,1 дБ от пропускной способности канала ( $C_{AWGN,2/3} \approx 1,1$  дБ).

Зависимости вероятности ошибки декодирования МПД от уровня шума при

использовании кодов с кодовой скоростью  $R=1/2$  и различным кодовым расстоянием  $d$  представлена на рис. 8. Кривая 1 на данном рисунке отражает характеристики кода с кодовой скоростью  $R=2/4$ , кодовым расстоянием  $d=7$  и длиной  $n=3600$ , кривая 2 соответствует коду с  $R=2/4$ ,  $d=9$ ,  $n=7600$ , кривой 3 показана эффективность кода с  $R=2/4$ ,  $d=11$ ,  $n=7500$ , кривая 4 представляет вероятность ошибки декодирования МПД для кода с  $R=2/4$ ,  $d=13$ ,  $n=13400$ , и кривая 5 отражает характеристики МПД для в несколько раз более длинного кода с  $R=8/16$ ,  $d=17$  и  $n=60000$ . Пунктирами  $P_{opt}$  на рисунке представлена оценка вероятности ошибки декодирования тех же кодов с помощью оптимального декодера.

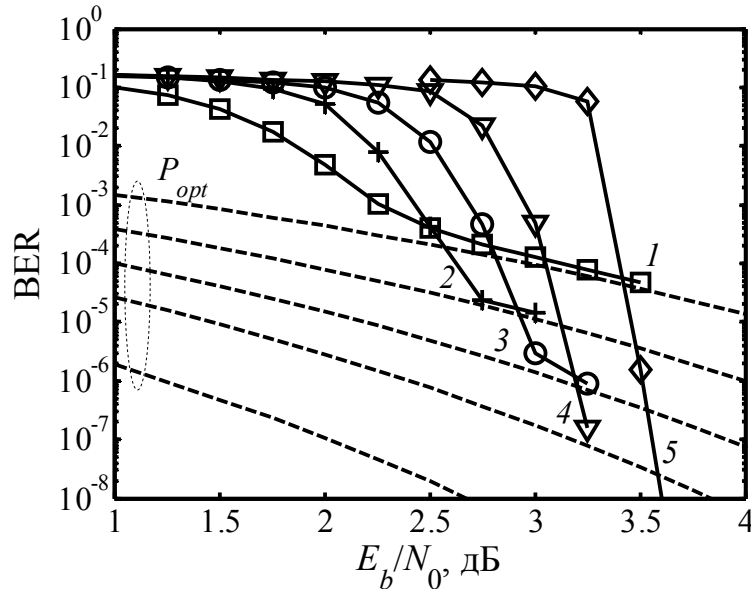


Рис. 8. Характеристики МПД для СОК с  $R=1/2$  и различным кодовым расстоянием

Из представленных графиков видно, что чем больше кодовое расстояние используемого в МПД кода, тем меньшую вероятность ошибки декодирования можно получить. Однако характеристики МПД для кодов с меньшим кодовым расстоянием  $d$  сходятся к оптимальным при меньшем отношении сигнал/шум. Это объясняется тем, что для кодов с большим кодовым расстоянием проверки имеют большую размерность, т.е. контролируют больше ошибок. В результате при одном уровне шума вероятность ошибочности проверки для кодов с большим  $d$  оказывается больше вероятности ошибочности проверки для кодов с меньшим  $d$ . Это приводит к тому, что последние коды способны обеспечить близкое к оптимальному декодирование при большем шуме в канале. Описанное свойство существенно затрудняет получение вероятностей ошибки декодирования порядка  $10^{-5}$  и менее в области небольших отношений сигнал/шум ( $\leq 2$  дБ), поскольку, с одной стороны, для уменьшения вероятности ошибки декодирования следует использовать коды с большим кодовым расстоянием и обладающие, поэтому, большей корректирующей способностью. Но с другой стороны, при использовании кодов с большим кодовым расстоянием область эффективной работы МПД, в которой он начинает работать почти как оптимальный декодер, сдвигается в область меньших шумов.

Представленные характеристики МПД позволяют сделать вывод о том, что с его помощью действительно можно обеспечить близкое к оптимальному декодирование даже очень длинных кодов для широкого диапазона кодовых скоростей и уровней шума канала.

Отметим, что изначально хорошие характеристики МПД могут быть еще несколько улучшены. Например, известен подход<sup>16</sup>, позволяющий существенно увеличить

<sup>16</sup> Золотарёв В.В., Овечкин Г.В. Борьба с пакетами ошибок на выходе многопорогового алгоритма декодирования // Математическое и программное обеспечение вычислительных систем: Межвуз. сб.

эффективность МПД для СОК с одной информационной и одной проверочной ветвью. Показано, что основное влияние на характеристики МПД для подобных кодов оказывают так называемые собственные пакеты ошибок, структура которых определяется образующим полиномом. Для исправления таких пакетов ошибок предлагается использовать специальный пороговый элемент, настроенный на заданную конфигурацию ошибок. Результаты моделирования<sup>17</sup> показывают, что применение предложенного подхода позволяет обеспечить близкое к оптимальному декодирование для в 10...100 раз более коротких кодов по сравнению с наименее подверженными размножению ошибок.

Также ведутся исследования для дополнительного ускорения работы МПД. В частности, применение метода уменьшения числа итераций<sup>17</sup>, выполняемых при многопороговом декодировании сверточного СОК, позволяет в два и более раз сократить число итераций декодирования, требующееся для достижения близкого к оптимальному результату.

Интересные результаты получаются при использовании МПД в каналах связи со стираниями<sup>6,7,18</sup>, в которых передаваемые данные либо принимаются правильно, либо стираются. Представленные результаты моделирования показывают, что предложенный МПД обеспечивает сопоставимую с лучшими методами эффективность восстановления стираний.

### 5. Каскадные методы коррекции ошибок

Еще одно направление работ в рамках этих необычайно эффективных и предельно простых алгоритмов связано с разработкой каскадных схем кодирования, составляющей частью которых является МПД. При этом каскадирование следует осуществлять только с очень простыми кодами для того, чтобы общая сложность схемы сильно не увеличилась. Поэтому основное внимание при таком подходе уделено каскадированию кодов, используемых в МПД, с кодами контроля чётности, кодами Хэмминга и короткими самоортогональными кодами<sup>6,7,19</sup>. Применение подобных схем, как показали аналитические расчеты и результаты компьютерного моделирования, позволяет приблизить область эффективной работы МПД к пропускной способности канала на 1.2 дБ и уменьшить вероятность ошибки декодирования на 2..5 порядков без существенного усложнения схемы декодирования, которое составляет тут всего 5..25%. Для примера на рис. 1 кривой «8) МПД+ККЗ» показаны характеристики одной из каскадных схем, построенной на основе МПД. Данная схема позволяет обеспечить эффективность, сопоставимую с эффективностью лучших методов коррекции ошибок. При этом сложность декодера этой каскадной схемы остается очень небольшой. В результате такой каскадный МПД легко реализовать, как и обычный МПД декодер, для скоростей порядка 500 Мбит/с и даже выше.

Для приближения границы эффективной работы МПД к пропускной способности канала также возможно его применение в схемах параллельного каскадирования<sup>6,7,20</sup>. При построении кода с параллельным каскадированием в базовом СОК  $C_0$  с кодовым расстоянием  $d_0$  и кодовой скоростью  $R_0$  выделяется некоторый составляющий код  $C_1$  с кодовой скоростью  $R_1 > R_0$ , тоже являющийся самоортогональным по определению. Кодовое расстояние  $d_1$  выделенного кода выбирается значительно меньшим  $d_0$ , и, следовательно,

---

науч. тр. /Под ред. Л.П. Коричнева. – Рязань: РГРТА, 2002. С. 88–90.

<sup>17</sup> Гаврилов А.Н., Золотарёв В.В., Овечкин Г.В., Пылькин А.Н. Устройство для декодирования линейных кодов // Патент Российской Федерации на изобретение №2212766 от 20.11.03.

<sup>18</sup> Гринченко Н.Н., Золотарёв В.В., Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Применение многопорогового декодера в каналах со стираниями // Труды НТОРЭС им. А.С.Попова. – М., 2006 г. С. 338–340.

<sup>19</sup> Золотарёв В.В., Овечкин Г.В., Повышение надежности передачи и хранения данных с использованием многопороговых методов декодирования помехоустойчивых кодов // Цифровая обработка сигналов, 2012, №1, С.16–21.

<sup>20</sup> Золотарёв В.В. Параллельное кодирование в каналах СПД // Вопросы кибернетики. 1986. Вып.120. С.56–58.

область его эффективной работы будет ближе к границе Шеннона. При декодировании кода с параллельным каскадированием сначала с помощью МПД выполняются несколько итераций декодирования составляющего кода  $C_1$ , позволяющие на один-два порядка снизить вероятность ошибки в принятой из канала информационной последовательности, после чего в процесс декодирования включается оставшаяся часть кода  $C_0$ . Отличительной особенностью данной схемы каскадирования является то, что в ней внешний код работает с кодовой скоростью  $R_0$ , в то время как в обычных каскадных кодах кодовая скорость внешнего кода близка к единице. Данное свойство обеспечивает существенное преимущество параллельному каскадированию перед другими каскадными конструкциями.

Для примера рассмотрим структуру СОК  $C_0$  с параллельным каскадированием с кодовой скоростью  $R_0=5/10$  и кодовым расстоянием  $d_0=11$ , представленную на рис. 9. Здесь строки таблицы соответствуют проверочным ветвям, а столбцы – информационным. В ячейках на пересечении  $i$ -й строки и  $j$ -го столбца указано число элементов  $j$ -й информационной ветви, участвующих в формировании проверочного символа  $i$ -й проверочной ветви. В столбце справа от таблицы указана размерность проверок в проверочных ветвях, а в строке снизу – число проверочных символов, зависящих от информационных символов различных ветвей. Отметим, что проверочные ветви с первой по четвертую имеют малую размерность проверок, равную 5, а пятая проверочная ветвь имеет размерность 30. Таким образом, в данном коде выделен составляющий код  $C_1$ , содержащий первые четыре проверочные ветви и имеющий кодовую скорость  $R_0=5/9$  и кодовое расстояние  $d_1=5$ . Проверки в этих ветвях имеют малую размерность, и поэтому декодер такого «уменьшенного» кода позволяет обеспечить близкое к оптимальному декодирование даже при больших уровнях шума, снижая вероятность ошибки в информационных ветвях до величины порядка  $10^{-2} \dots 10^{-3}$ . Далее к процессу декодирования подключается оставшаяся проверочная ветвь с большой размерностью проверок. Поскольку число ошибок в информационных символах после первого этапа декодирования уже невелико, эти проверки оказываются правильными с достаточно большой вероятностью. Поэтому с помощью данной ветви оставшиеся ошибки в информационных ветвях легко исправляются, и вероятность ошибки на выходе декодера снижается еще на несколько десятичных порядков.

|    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 5  |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 5  |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 5  |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 5  |
| 6  | 6  | 6  | 6  | 6  | 30 |
| 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |    |

Рис. 9. Пример структуры СОК с параллельным каскадированием

Следует особо отметить, что сложность МПД при параллельном каскадировании (в смысле количества выполняемых операций) оказывается даже меньше сложности обычного МПД, поскольку в данном случае на первых итерациях декодирования некоторые элементы синдромного регистра просто не участвуют в процессе вычисления суммы на пороговом элементе.

На рис. 10 представлены графики зависимости вероятностей ошибки МПД для различных блоковых СОК с кодовой скоростью  $R=1/2$  от уровня шума, иллюстрирующие



эффект от применения параллельного каскадирования. Здесь кривая 1 отражает характеристики обычного кода с  $d=9$ , а кривой 2 представлены характеристики кода с параллельным каскадированием с  $R=5/10$  в котором был выделен составляющий код  $C_1$  с  $R_1=5/9$  и  $d_1=5$ . Данный код использовался на первых 10 итерациях декодирования, после чего выполнялось еще 10 итераций декодирования полного кода. Заметим, что дополнительный ЭВК от применения параллельного каскадирования оказался не очень высоким, всего 0,3 дБ. Это объясняется тем, что кодовое расстояние  $d$  базового кода было небольшим. При использовании кодов с большим кодовым расстоянием польза от применения параллельного каскадирования оказывается существеннее. Это следует из сравнения кривых 3 (обычный код с  $R=6/12$  и  $d=13$ ) и 4 (код с параллельным каскадированием с  $R=7/14$  и  $d=13$ , в котором выделен составляющий код с  $R=7/13$  и  $d=7$ ), а также кривых 5 (обычный код с  $R=8/16$  и  $d=17$ ) и 6 (код с параллельным каскадированием с  $R=8/16$  и  $d=17$ , в котором выделен составляющий код с  $R=8/15$  и  $d=8$ ). В перечисленных случаях параллельное каскадирование позволяет получить дополнительный ЭВК порядка 0,7 дБ. Пунктирными кривыми  $P_{opt}$  на рис. 10 представлены оценки вероятности ошибки оптимального декодирования СОК с  $d=9$ , 13 и 17.

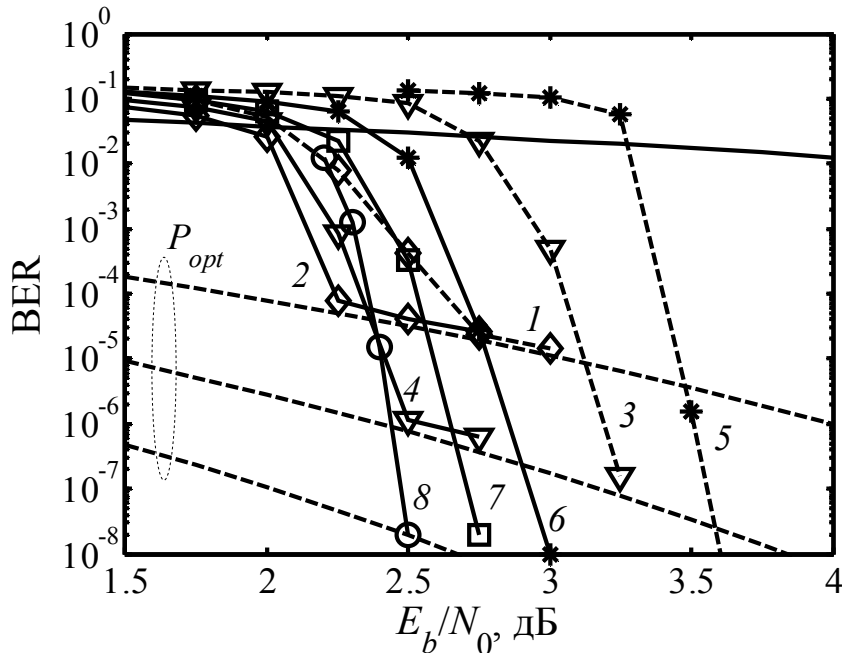


Рис. 10. Характеристики МПД для СОК с параллельным каскадированием

Отметим, что для всех рассмотренных вариантов параллельного каскадирования использовалась структура кода, представленная на рис. 11а. Здесь используются обозначения:  $n_k$  — число информационных ветвей кода;  $d$  — кодовое расстояние всего кода;  $b=d-n_r$ ;  $n_r$  — число проверочных ветвей кода. В данной структуре все проверочные ветви, кроме последней, имеют одинаковую размерность. Кодовое расстояние по каждой из информационных ветвей выделенного кода было одинаковым. В то же время возможна организация параллельного каскадирования, при которой кодовое расстояние по различным информационным ветвям составляющего кода будет разным (рис. 11б). В результате получается так называемый код с выделенными ветвями<sup>6,7</sup>, в котором информационные символы составляющего кода защищены по-разному. При декодировании подобного составляющего кода сначала интенсивно исправляются ошибки в ветвях с большим  $d$ , после чего снижается доля ошибок в менее защищенных ветвях. После подключения к процессу декодирования оставшейся части кода, выравнивающей значение кодового расстояния по всем информационным ветвям, происходит значительное снижение ошибок во всем кодовом слове.

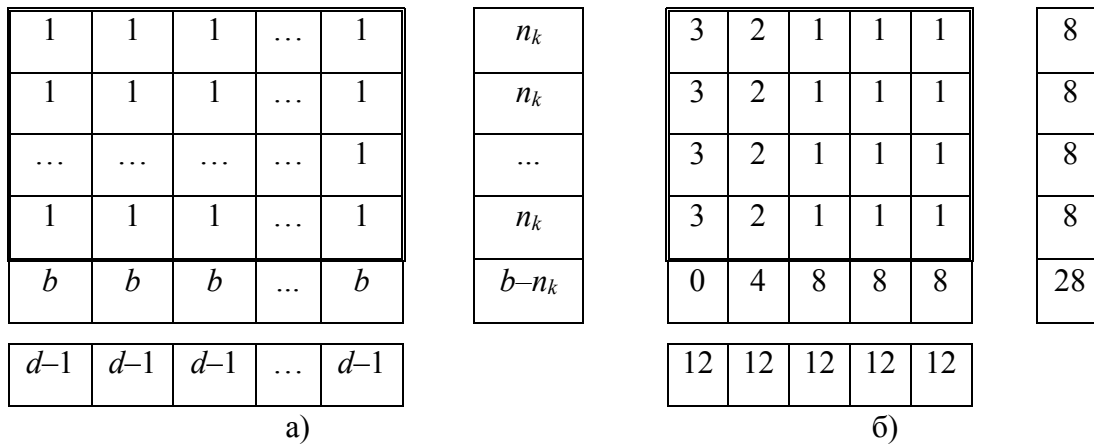


Рис. 11. Структура применяемых СОК с параллельным каскадированием

Пример характеристик для СОК с параллельным каскадированием и выделенными ветвями с  $R=8/16$ ,  $d=17$  и  $n=32000$ <sup>21</sup> показан на рис. 10 кривой 7. Заметим, что область эффективной работы МПД для данного СОК начинается с отношения  $E_b/N_0=2,75$  дБ. Из сравнения полученных характеристик с характеристиками, представленными кривой 6 на этом же рисунке, следует, что за счет применения составляющего кода с выделенными ветвями удалось получить дополнительный ЭВК около 0,25 дБ. И, что очень важно, сложность декодирования осталась на прежнем линейном уровне. Заметим, что за счет дополнительной оптимизации структуры кода с параллельным каскадированием можно еще несколько улучшить эффективность декодирования. В частности кривая 8 отражает результаты моделирования МПД для СОК с оптимизированной структурой<sup>11</sup>. Отметим, что при использовании данного кода достигаются еще на 0,25 дБ лучшие, чем ранее полученные результаты. МПД для такого СОК обеспечивает близкое к оптимальному декодирование при отношении сигнал/шум  $E_b/N_0=2,5$  дБ. Таким образом, только за счет лучшей структуры кода удалось получить дополнительный ЭВК около 0,25 дБ по сравнению с ЭВК, обеспечиваемого лучшими из найденных ранее СОК.

### 6. Эффективность многопороговых декодеров в гауссовских каналах с многопозиционными системами модуляции

В предыдущих разделах и в публикациях по МПД в основном представлены результаты его исследования в гауссовских каналах с двоичной ФМ или в канале типа ДСК. В таких условиях при сопоставимой эффективности МПД оказывается на два-три порядка проще для реализации, чем другие методы коррекции ошибок<sup>14</sup>. Вместе с тем в современных системах на каналы передачи данных часто накладываются значительные ограничения по занимаемой полосе частот, и с каждым годом эти ограничения становятся все жестче. Одним из способов уменьшения занимаемой полосы частот является использование многопозиционных сигналов, таких как многопозиционная фазовая или квадратурная амплитудная модуляция (КАМ). В этих условиях для улучшения энергетики канала также необходимо применять помехоустойчивые коды. Очевидно, что МПД, обладающие большой корректирующей способностью в каналах с ФМ2, будут демонстрировать хорошую эффективность и в каналах с многопозиционными сигналами. Отметим, что при переходе к многомерным сигналам все подходы к применению МПД совместно с такими сигнальными конструкциями остаются аналогичными двумерному случаю<sup>6,7</sup>, что позволяет одновременно получить значительный ЭВК и существенно уменьшить полосу частот, занимаемую передаваемым сигналом.

<sup>21</sup> Золотарёв В.В. Каскадные схемы МПД-декодирования для больших баз данных // Мобильные системы. – М., 2008. №3. С.66–71.

Далее представим результаты компьютерного моделирования МПД при многопозиционных системах модуляции для случая использования мягкого модема, когда демодулятор формирует оценки надежности своих решений для принятых битов.

На рис. 12 кривыми 1, 2 и 3 представлены графики зависимости вероятности ошибки на бит для МПД от отношения сигнал/шум  $E_b/N_0$  в канале связи с АБГШ и модуляции типа КАМ при использовании 16, 32 и 64 символьных созвездий соответственно. При получении результатов выполнялось до 30 итераций декодирования СОК с параллельным каскадированием и выделенными ветвями с кодовой скоростью  $R=8/16$ , кодовым расстоянием  $d=17$  и длиной  $n$  порядка 32000.

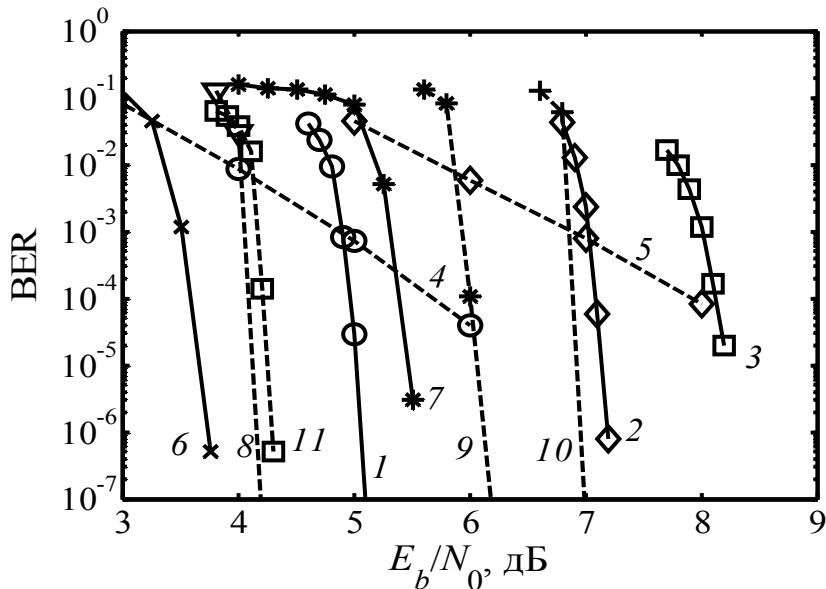


Рис. 12. Эффективность МПД в канале с АБГШ и КАМ $N$

Кривыми 4 и 5 на рис. 12 также представлены характеристики декодера Витерби<sup>2</sup> для кода с длиной регистра  $K=7$  при использовании КАМ16 и КАМ32 соответственно. Из рисунка следует, что декодер Витерби в таких условиях при  $P_b=10^{-5}$  проигрывает МПД примерно 1..1,5 дБ. Кривыми 6 и 7 на рис. 12 также показаны характеристики очень мощного турбо кода с кодовой скоростью  $R=1/2$ , который образован путем параллельного каскадирования двух рекурсивных систематических сверточных кодов с конструктивной длиной  $K=4$ . В данном турбо коде применялся S-random перемежитель длиной  $L=5000$  бит (общая длина турбо кода  $n=10000$ ). При декодировании турбо кода выполнялось 10 итераций, на каждой из которых для декодирования составляющих кодов применялся Max-Log-MAP алгоритм<sup>22</sup>. Из сравнения характеристик турбо кода и МПД видно, что эффективность последнего оказывается хуже примерно на 1,5 дБ, но МПД при этом выполняет почти на два порядка меньшее число операций, чем декодер турбо кода.

На следующем рис. 13 кривыми 1 и 2 представлены характеристики МПД для того же СОК, что и на рис. 12, при модуляции ФМ4 и ФМ8 и использовании мягких решений демодулятора. Многопозиционная ФМ с большим числом сигнальных точек обычно не применяется из-за существенно меньшей помехоустойчивости по сравнению с КАМ. Для сравнения на рис. 13 кривыми 3 и 4 показаны характеристики декодера Витерби в тех же условиях, а кривые 5 и 6 – характеристики рассмотренного турбо кода. Из рисунка следует, что соотношения между характеристиками МПД, декодера Витерби и турбо кода при данных видах модуляции сохраняются.

<sup>22</sup> Höher P., Robertson P., Villebrun E. Optimal and Sub-Optimal Maximum A Posteriori Algorithms Suitable for Turbo Decoding // European Transactions on Telecommunications. – 1997. vol. 8. №2. P. 119–125.

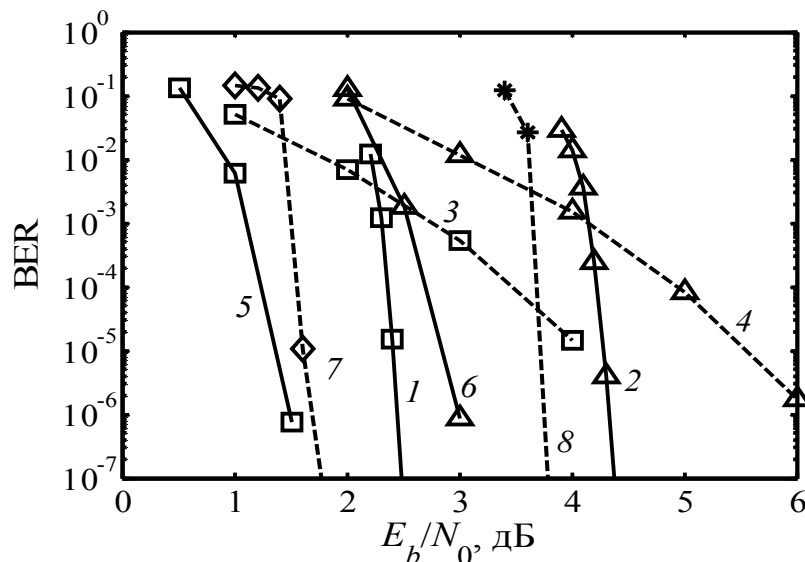


Рис. 13. Эффективность МПД в каналах с АБГШ и ФММ

На рис. 12 и 13 дополнительно представлены характеристики низкоплотностных кодов, рекомендованных стандартом DVB-S2. Выбранные коды имеют длину 16200 битов и кодовую скорость 1/2. Кривые 8, 9 и 10 на рис. 12 отражают эффективность данных кодов при использовании модуляции типа КАМ16, КАМ32 и КАМ64 соответственно, а кривые 7 и 8 на рис. 13 соответствуют эффективности низкоплотностных кодов при использовании модуляции ФМ4 и ФМ8. Заметим, что разница между эффективностью МПД и декодерами LDPC кодов составляет порядка 1 дБ и может быть еще несколько уменьшена.

### 7. Недвоичные многопороговые декодеры

Рассмотренные помехоустойчивые коды и методы их декодирования позволяли исправлять ошибки в двоичных данных. Однако во многих реальных системах легче работать с данными, имеющими байтовую структуру. Например, удобнее работать с байтами в системах хранения больших объемов информации (оптические диски и др. носители). В подобных системах для защиты данных от ошибок целесообразно применение недвоичных (символьных) помехоустойчивых кодов. Кроме этого, символьные коды оказываются эффективнее лучших двоичных в каналах с пакетизирующимися ошибками, поскольку при даже большом пакете ошибок в двоичных данных искаженными часто оказываются всего несколько символов, легко исправляемых декодером недвоичного кода. Поэтому особое значение для теории и практики кодирования имеет развитие недвоичных многопороговых декодеров ( $q$ МПД)<sup>6,7,23,24</sup>, позволяющих исправлять ошибки в принятых данных на уровне символов. Важность данного направления обусловлена тем, что в настоящее время среди недвоичных кодов практическое применение нашли только коды Рида-Соломона (РС). Но сложность декодирования данных кодов пропорциональна квадрату длины кода. Поэтому применять в реальных системах можно только короткие коды РС, обладающие не очень высокой эффективностью. Как будет показано далее, недвоичные МПД оказываются лучше кодов РС по вероятности ошибки на много порядков и гораздо проще по сложности декодирования<sup>25</sup>. В результате символьный (недвоичный) аналог двоичного алгоритма МПД

<sup>23</sup> Золотарёв В.В. Обобщение алгоритма МПД на недвоичные коды // Мобильные системы, 2007, №3, С.39–42.

<sup>24</sup> Золотарёв В.В., Овечкин Г.В. Эффективное многопороговое декодирование недвоичных кодов // Радиотехника и электроника. – М., 2010. Т.55. – №3. – С.324–329.

<sup>25</sup> Кузнецов Н.А., Золотарёв В.В., Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Недвоичные многопороговые декодеры и другие методы коррекции ошибок в символьной информации // Радиотехника. – М., 2010.

может обеспечить при весьма высоких уровнях шума вероятности ошибки декодирования, в ряде случаев абсолютно недоступные для кодов РС сколько угодно большой длины. При этом сложность реализации такого алгоритма оказывается незначительной, линейно растущей с длиной кода, т.е. теоретически минимально возможной.

Рассмотрим основные принципы работы  $q$ МПД. Пусть задан  $q$ -ичный ( $q > 2$ ) симметричный канал ( $q$ СК) с вероятностью ошибки  $P_0 > 0$  такой, что при передаче любой исходный символ кода переходит в один из оставшихся  $q-1$  символов случайно, независимо и равновероятно. Для этого канала решением оптимального декодера будет такое, может быть единственное кодовое слово из  $q^k$  возможных, которое отличается от принятого из канала сообщения в минимальном числе кодовых символов.

Рассмотрим линейный недвоичный код, проверочная матрица  $\mathbf{H} = [\mathbf{C} : -\mathbf{I}]$  которого имеет такой же вид, как и в двоичном случае, за исключением того, что вместо единичной подматрицы  $\mathbf{I}$  используется  $-\mathbf{I}$ . Данная матрица  $\mathbf{H}$  соответствует недвоичному систематическому самоортогональному блоковому или сверточному коду. Поскольку проверочная и порождающая матрицы кода содержат только 0, 1 и  $-1$ , то для выполнения операций кодирования и декодирования принятого сообщения достаточно использовать только операции сложения и вычитания по модулю  $q$ . Следовательно, для кодирования и декодирования не требуется наличие недвоичного поля, а достаточно использовать только операции сложения и вычитания целых чисел по модулю  $q$ . Это существенно упрощает процедуры кодирования и декодирования.

Декодер  $q$ МПД (рис. 14) для рассматриваемого кода устроен так, что после вычисления обычным образом синдрома принятого сообщения начинается процедура декодирования, состоящая в том, что для очередного декодируемого информационного символа кода  $u_j$  происходит подсчет количества и определение значений двух относящихся к нему наиболее часто встречающихся проверок, например,  $b_1$  и  $b_2$ , причем  $b_1$  встречается  $m_1$  раз,  $b_2$  –  $m_2$  раз ( $m_1 \geq m_2$ ), а остальные значения проверок для декодируемого символа  $u_j$  встречаются не более  $m_2$  раз. Если разница  $m_1 - m_2$  будет больше значения порога  $T$ , то на выходе недвоичного порогового элемента ( $q$ ПЭ) будет значение  $b_1$ , которое вычитается из соответствующих элементов синдромного регистра, из текущего элемента информационного регистра и связанного с ним элемента разностного регистра. Если же два наиболее часто встречающихся значения проверок таковы, что  $m_1 = m_2$ , то символ  $u_j$  не изменяется, и делается попытка декодирования любого другого информационного символа кода.

При реализации алгоритма  $q$ МПД удобно все информационные символы перебирать последовательно, а останавливать процедуру декодирования после фиксированного числа попыток коррекции ошибки, или если при очередной такой попытке ни один из символов не изменил своего значения.

Для  $q$ МПД показано, что при каждом изменении декодируемого символа  $u_j$  он переходит ко все более правдоподобным решениям, так как при этом число различий между кодовым словом, соответствующим текущему содержимому информационного регистра, и принятой из канала последовательностью строго уменьшается.

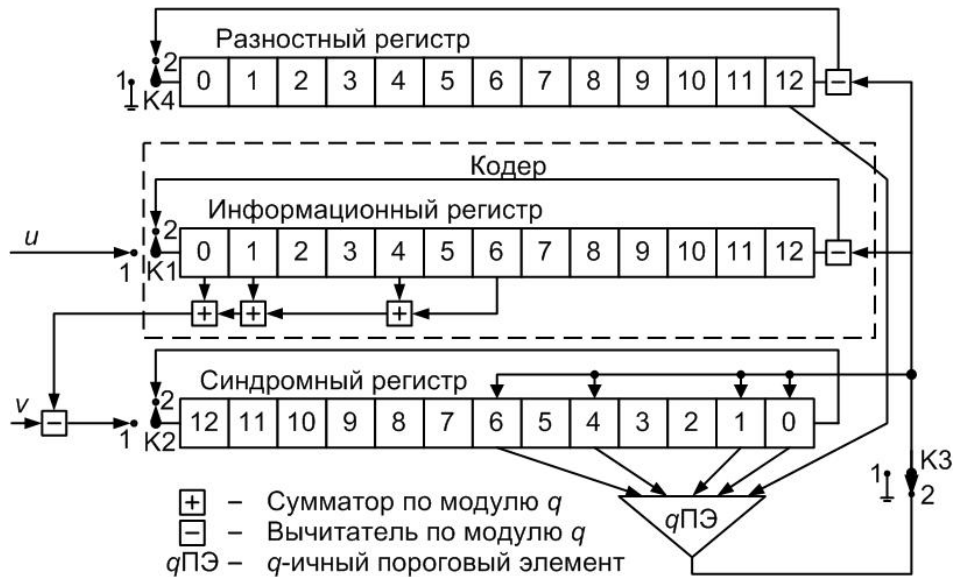


Рис. 14. Схема  $q$ МПД блочного недвоичного СОК с  $R=1/2$ ,  $d=5$  и  $n=26$

Заметим, что  $qПЭ$  – простейшее устройство или подпрограмма с числом операций  $N_{qПЭ}$  сложения и сравнения небольших целых чисел  $N_{qПЭ} \approx 10 \dots 50$  для всех тех значений минимального кодового расстояния  $d$  ( $d < 20$ ), которое следует применять в таком декодере.

Поскольку  $q$ МПД при каждом изменении декодируемого символа приближается к решению оптимального декодера, можно ожидать, что при некотором не слишком высоком уровне шума он его достигнет. Следовательно, в качестве нижней оценки вероятности ошибки  $q$ МПД можно использовать оценку вероятности ошибки оптимального декодера<sup>6,7</sup>. Методика оценки заключается в том, что выявляются наиболее частые события, которые всегда приводят к ошибкам оптимального недвоичного декодера, и определяются вероятности появления этих событий. Заметим, что используя данную методику можно проводить предварительную оценку корректирующей способности  $q$ МПД только при малом уровне шума. Для большого шума оценить эффективность  $q$ МПД оказывается возможным только с помощью компьютерного моделирования, результаты которого для различных кодов представлены далее.

Рассмотрим характеристики недвоичных многопороговых декодеров в  $q$ -ичном симметричном канале ( $qСК$ ). В таком канале каждый символ искажается независимо от других с вероятностью  $P_0$ , причем при искажении символ с равной вероятностью переходит в один из  $q-1$  оставшихся символов. Подобная модель, например, соответствует каналу с пакетами ошибок при использовании перемежения/деперемежения на уровне символов. Зависимости вероятности символьной ошибки  $P_s$  после декодирования от вероятности символьной ошибки  $P_0$  в  $qСК$  для кодов с кодовой скоростью  $R=1/2$  представлены на рис. 15. Здесь кривыми 4 и 5 показаны характеристики  $q$ МПД для кодов с длиной блока  $n=4000$  и 32000 символов при использовании 8-ми битовых символов (размер алфавита  $q=256$ ). Объем моделирования в нижних точках данных графиков составлял от  $5 \cdot 10^{10}$  до  $2 \cdot 10^{12}$  символов, что свидетельствует о крайней простоте метода. Для сравнения на данном рисунке кривой 1 показаны характеристики (255, 128) кодов РС для  $q=256$ . Из рис. 15 видно, что эффективность  $q$ МПД оказывается гораздо лучше эффективности кодов РС для символов такого же размера. При увеличении длины блока  $q$ МПД разница в эффективности становится еще более существенной. Отметим, что разнообразные методы повышения корректирующей способности кодов РС, в том числе все вариации алгоритма Судана, обладают сложностью порядка  $n^3$ . Для кодов длины 32000 символов это приводит к разнице в порядке сложности около  $n^2 = 32000^2 \approx 10^9$ , т.е. в миллиард раз, при этом улучшение помехоустойчивости

оказывается весьма незначительным. Это продемонстрировано на рис. 15 кривой 3, которой представлены нижние оценки для возможностей алгоритма Судана для (255, 128) кода РС.

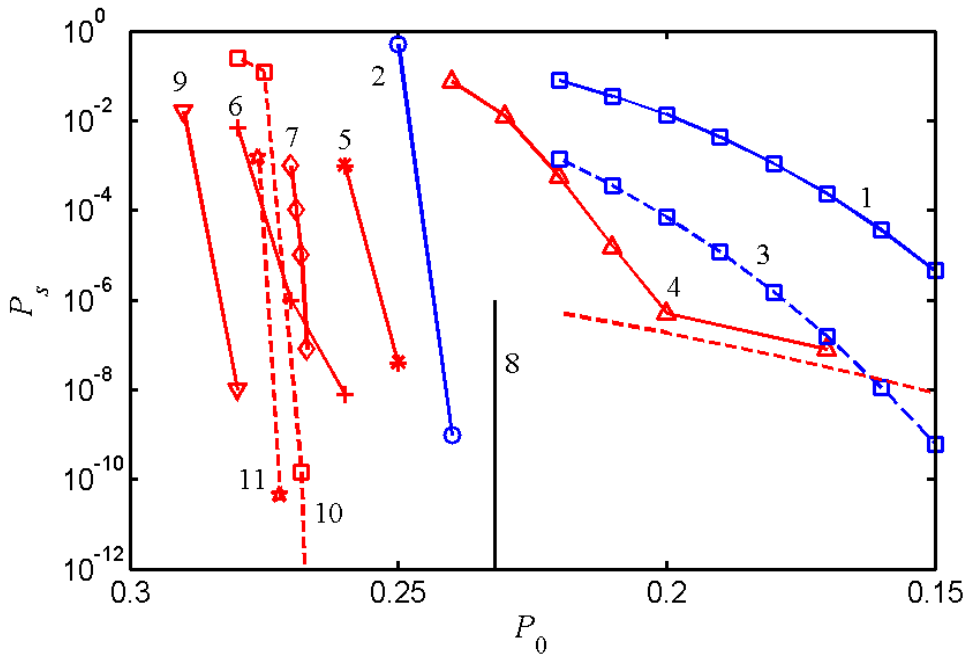


Рис. 15. Характеристики двоичных кодов с кодовой скоростью  $R=1/2$  в  $q$ СК

Дополнительным преимуществом  $q$ МПД над другими методами коррекции ошибок является то, что он позволяет легко работать с символами практически любого размера, обеспечивая при этом такую же высокую корректирующую способность. Это подтверждается представленными на рисунке характеристиками  $q$ МПД для кода длиной 32000 двухбайтовых символов (кривая 6) и длиной 100000 четырехбайтовых символов (кривая 9). Отметим, что очень простой для реализации  $q$ МПД декодер для двухбайтового кода длины 32000 оказывается способным обеспечить помехоустойчивость, принципиально недостижимую даже для кода РС длины 65535 двухбайтовых символов (кривая 2 на рис. 15), декодер для которого не подлежит реализации в обозримом будущем. Кроме того,  $q$ МПД для четырехбайтовых символов превосходит по эффективности даже на три порядка более сложный декодер двоичных низкоплотных кодов длиной 100000 четырехбайтовых символов, пример характеристик которого представлен на рис. 15 кривой  $8^{26}$ .

Снова отметим, что для достижения с помощью  $q$ МПД таких результатов требуется очень тщательно выбирать применяемые коды, основным критерием при отборе которых является степень устойчивости к эффекту размножения ошибок. Например, при использовании кода с  $R=1/2$  с параллельным каскадированием, выделенными ветвями и с оптимизированной структурой<sup>11</sup>, устойчивого к размножению ошибок, можно получить характеристики, представленные на рис. 15 кривой 7. Видно, что данный код обеспечивает эффективную работу при несколько больших вероятностях ошибки в  $q$ СК, чем известные ранее (кривая 5), при такой же сложности их декодирования.

Еще большую эффективность практически без усложнения процедуры коррекции ошибок можно получить при переходе к каскадным схемам кодирования. Например, применение совместно с  $q$ МПД простейшего кода с контролем по модулю  $q$  позволяет на 1..3 порядка снизить вероятность ошибки на блок по сравнению с обычным  $q$ МПД при всего

<sup>26</sup> Zhang F., Pfister H. List-Message Passing Achieves Capacity on the  $q$ -ary Symmetric Channel for Large  $q$  // In Proc. IEEE Global Telecom. Conf., Washington, Nov. - 2007. -P.283–287.

лишь 2% росте избыточности<sup>27</sup>. При этом увеличение объема вычислений в каскадном коде составляет менее 20% по сравнению с исходным алгоритмом  $q$ МПД. А за счет применения совместно с  $q$ МПД модифицированного недвоичного расширенного кода Хэмминга можно уменьшить вероятность ошибки декодирования на 3..5 порядков<sup>27</sup> (кривая 10 на рис. 15). Отличительной особенностью предложенных модифицированных недвоичных расширенных кодов Хэмминга от известных является то, что при кодировании и декодировании используется работа с целыми числами по  $\text{mod } q$ , а не с элементами поля Галуа. В результате данные коды можно использовать практически для любого размера символа при весьма незначительной сложности их кодирования и декодирования. Еще лучшие результаты получаются при использовании в ранее рассмотренной схеме вместо кодов Хэмминга высокоскоростных недвоичных самоортогональных кодов<sup>28</sup>. Для подобных схем сформулированы правила работы декодера внешнего кода, при выполнении которых при каждом изменении декодируемого символа правдоподобность его решения строго возрастает, т.е. расстояние между решением декодера и принятым сообщением становится меньше. Результат моделирования данной каскадной схемы представлен на рис. 15 кривой 11. Отметим, что при этом обеспечивается вероятность символьной ошибки декодирования порядка  $10^{-12}$  при 27% символьных ошибок в канале, что является абсолютно уникальным результатом для современной теории кодирования.

Одной из областей применения недвоичных кодов является защита данных от искажений при долговременном хранении на различных носителях информации. Для решения подобных задач в настоящее время используются, например, такие известные программные пакеты, как QuickPar ([www.quickpar.org.uk](http://www.quickpar.org.uk)) и ICE ECC ([www.ice-graphics.com](http://www.ice-graphics.com)), основанные на применении кодов Рида-Соломона. При работе данных пакетов с большими файлами возникают сложности или с обеспечением приемлемой скорости, или с надежностью исправления ошибок. Применение для защиты файлов программных средств<sup>29</sup>, использующих алгоритмы  $q$ МПД, решает перечисленные проблемы, часто предоставляя одновременно и большую корректирующую способность, и гораздо более высокое быстродействие.

### Заключение

Приведенные результаты позволяют считать, что МПД методы действительно относятся к уникальным алгоритмам, способным обеспечивать эффективное декодирование при большом уровне шума, выполняя очень небольшое число операций и достигая высочайших уровней достоверности хранения цифровой информации и скорости ее обработки в сверхбольших базах данных, в оптических дисках и т.д. Во всех этих случаях используются очень ограниченные ресурсы, такие, как простые микропроцессоры или самые дешевые ПЛИС, что и определяет простоту и эффективность новых методов помехоустойчивого кодирования.

Принципиально новый уровень помехоустойчивости и скорости обработки данных по сравнению с абсолютно всеми известными методами коррекции ошибок, достигаемый с помощью алгоритмов МПД разных типов, позволяет решать задачи обеспечения высокой надежности передачи данных без какой-либо дополнительной доработки этих алгоритмов или всего лишь при незначительной их адаптации к возможным дополнительным

<sup>27</sup> Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Использование недвоичного многопорогового декодера в каскадных схемах коррекции ошибок // Вестник РГРТУ, 2009. №4 (выпуск 30).

<sup>28</sup> Золотарёв В.В., Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Каскадные методы декодирования символьных помехоустойчивых кодов, основанные на многопороговых алгоритмах // 66-я Научная сессия, посвященная Дню радио» Москва 2011. Том 1. – С.245–247.

<sup>29</sup> Овечкин П.В. Применение недвоичного многопорогового декодера для защиты файлов от искажений // В сб.: «11 Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и ее приложения-DSPA-09», М., 2009. С.200–202.



требованиям, возникающим в крупномасштабных цифровых системах. Их использование одинаково просто и эффективно как при аппаратной, так и при программной реализации.

Представленные исследования и разработки ведутся только в РФ коллективом авторов статьи. Ориентировочное опережение зарубежных разработок, исходя из темпов развития теории и техники кодирования в течение последних 20 лет, составляет, наверное, 7...10 лет, что сейчас является редчайшим случаем в теоретических и, тем более, в прикладных исследованиях. Вместе с тем, за 25 лет после первой публикации всех основных результатов по символьным МПД декодерам ни один научный коллектив в мире не повторил даже простейших версий этого алгоритма и не опубликовал ни одной работы такого же или хотя бы близкого уровня по декодерам других типов. Поэтому вполне возможно, что реальное опережение нашими работами всех других исследований декодеров в стране и в мире так и останется на уровне порядка 25 лет.

Возможности символьных МПД алгоритмов оказываются по вероятности ошибки и по числу операций декодирования на много порядков лучше, чем возможности кодов Рида-Соломона, по праву считавшихся лучшими недвоичными кодами в течение почти полувека. Это позволяет с помощью  $q$ МПД более успешно решать задачи обеспечения высокой надежности хранения больших объемов цифровых данных, возникающие, в частности, в системах дистанционного зондирования Земли. При использовании  $q$ МПД в таких системах легко обеспечить оперативный контроль над качеством хранимой информации, а также корректировку данных вследствие старения и возникающих дефектов носителя. Производительность кодеров для  $q$ МПД, которые оказываются предельно простыми одноктактными узлами, может быть легко доведена при аппаратной реализации до уровня в несколько Гбайт/с. В результате их использование в процессе записи данных никогда не будет ограничивающим фактором для высокоскоростных систем ДЗЗ и других спутниковых, космических и иных систем связи.

Большой объем научно-методических и учебно-демонстрационных материалов по МПД алгоритмов представлен на специализированных двуязычных веб-сайтах<sup>30</sup>. Все рассмотренные циклы работ по МПД ведутся в последние годы при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Института космических исследований, Рязанского государственного радиотехнического университета.

<sup>30</sup> Веб-сайты [www.mtdbest.ru](http://www.mtdbest.ru) и [www.mtdbest.iki.rssi.ru](http://www.mtdbest.iki.rssi.ru)

Научное издание

**МОНОГРАФИЯ**

**СОВРЕМЕННАЯ НАУКА:  
АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ**

**Книга 2**

**под редакцией доктора философских наук, профессора  
Титаренко И. Н.**

---

Подписано в печать 07.07. 2012  
Формат 60x84 1/16 Усл. печ. л. 16,7 Уч-изд. л 14,3  
Бумага офсетная. Печать офсетная. Заказ 83 Тираж 500 экз.

---

Отпечатано в издательстве «Тираж»  
г. Ставрополь