(Опубликовано в журнале «Мобильные системы»,№1,2008г.)

Каскадные схемы МПД декодирования для больших баз данных

В.В.Золотарёв, ИКИ РАН
Москва

При работе мобильных систем совместно с базами данных эффективность их взаимодействия зависит от целостности и достоверности цифровой информации в больших БД. Предлагаются простые методы коррекции ошибок в символьных данных на основе многопороговых декодеров (МПД), корректирующие возможности которых вообще недоступны для кодов Рида-Соломона сколько угодно большой длины.

Введение

Использование многопороговых декодеров (МПД) для двоичных кодов позволяет обеспечивать простыми средствами достаточно эффективное исправление ошибок. В частности, этот алгоритм вполне работоспособен при отношении битовой энергетики передаваемого потока данных к спектральной плотности мощности шума $E_b/N_0 < 1$ дБ при высокой производительности как в аппаратном, так и в программном вариантах реализации декодера для кодовой скорости R~1/2 [1-6].

Менее известны возможности недвоичных алгоритмов МПД[1,3-9]. Ниже рассмотрена эффективность алгоритмов МПД при обработке символьной (недвоичной) информации, закодированной недвоичными мажоритарно декодируемыми кодами. Для этих кодов предложен простой метод уменьшения на несколько порядков вероятности ошибки на блок такого недвоичного декодера, обозначаемого далее как QМПД, с помощью простейших методов каскадирования.

Обсуждаются особенности применения этих методов для кодирования данных в очень больших базах данных.

1. Основные свойства QМПД.

В [1,8,9] отмечалось, что в случае больших значений основания **q**, **q**>10, недвоичного кода невозможно создать эффективные истинно оптимальные декодеры (ОД), а также достаточно простые декодеры для кодов Рида-Соломона. Поэтому исследование и дальнейшая разработка очень простых алгоритмов типа QМПД представляются особенно полезными.

Пусть задан **q**-ичный, $\mathbf{q} \geq 2$, симметричный канал с вероятностью ошибки $\mathbf{p_0}$, $\mathbf{p_0}$>0. Напомним кратко некоторые основные свойства рассматриваемых далее кодов. Пусть выбран линейный q-ичный систематический код, порождающая и проверочная матрицы которого состоит только из нулей и единиц. Это дополнительно упрощает все процедуры кодирования и декодирования, поскольку из них исключаются все операции умножения и деления в недвоичных полях. Таким образом, для кодирования и, как далее окажется, для декодирования достаточно создать только некоторый вариант группы целых чисел по сложению, например, по mod q. Если дополнительно ограничиться самоортогональными блоковыми или свёрточными кодами (СОК) [1,3,6], то слова минимального веса **d**, где **d** - минимальное расстояние кода, имеют единственный ненулевой символ $\mathbf{i_k}$ со значением **q, q**>0, в его информационной части. Это приводит к тому, что при небольшом уровне шума оптимальный (переборный) декодер (ОД) даже при ошибочном декодировании принимает в качестве решения такое кодовое слово, которое отличается от истинного чаще всего лишь в одном информационном символе, что в некоторых случаях может быть весьма удобным.

При реализации алгоритма QМПД [1,3,8,9], который является естественным обобщением двоичного многопорогового декодера, также оказывается справедливым важнейшее свойство исходного двоичного алгоритма строго приближаться к решению оптимального декодера в течение всего того времени, пока происходит коррекция принятых из канала символов. Разумеется, если решение ОД будет достигнуто, то изменения прекратятся. Но если QМПД достигнет наилучшего решения, кодового слова, наиболее близкого к принятому сообщению, то оно будет достигнуто при линейной от длины кода сложности реализации, т.е. при минимально теоретически возможных затратах. Разумеется на практике удобно все контролируемые информационные символы кода перебирать последовательно, а останавливать процедуру декодирования можно после фиксированного числа попыток коррекции ошибки или если при очередной такой попытке ни один из символов кода не изменил своего значения.

Подчеркнём, что согласно выбранному мажоритарному алгоритму декодер QМПД действительно выполняет только операции сложения, вычитания и сравнения небольших целых чисел при вычислении синдрома и коррекции ошибок. Это очень сильно упрощает реализацию QМПД как при аппаратной, так и при программной реализации алгоритма.

Отметим два наиболее существенных момента, характеризующих предложенный новый алгоритм. С одной стороны, нельзя утверждать, что улучшение решения при многократных попытках декодирования будет иметь место до тех пор, пока не будет достигнуто решение ОД. На самом деле и в блоковых, и в свёрточных линейных q-ичных кодах возможны конфигурации ошибок, не исправляемые в QМПД, но которые могут быть исправлены в ОД. Поэтому основной способ повышения эффективности МПД состоит в поиске кодов, в которых такие неисправляемые конфигурации ошибок довольно редки даже при большом уровне шума.

В реальности эффективное применение символьных (недвоичных) МПД алгоритмов обеспечивается на основе идеологии использования кодов с минимальным уровнем подверженности эффекту размножению ошибок (РО), т. е. группирования ошибок на выходе ПД. Такие коды оказываются нередко на много порядков более длинными по сравнению с СОК при близких значениях их кодового расстояния d. Значительная длина кодов для МПД определяет и их высокие уровни эффективности в каналах с большим уровнем шума.

Второй важнейшей особенностью декодирования недвоичных кодов, указанной в [9], является то, что для правильного изменения декодируемого символа достаточно наличие не абсолютного, а только относительно строгого большинства проверок. Эта полезная особенность QМПД существенно улучшает его характеристики Q при большом у ровне шума канала.

Реализация методов QМПД в случае применения кодов с минимизированным уровнем РО позволяет эффективно, в основном, выполнять поиск глобального экстремума и для недвоичных кодов при весьма малой сложности декодирования.

Далее рассмотрим предельные корректирующие возможности QМПД.

2. Оценки вероятности ошибки декодирования алгоритма QМПД.

В [1,8,9] были рассмотрены вероятности ошибочных решений при использовании ОД и QМПД. Поэтому отметим здесь только, что оба декодера всегда ошибутся в двух наиболее частых случаях:

- все проверочные символы, входящие в проверки относительно декодируемого символа $\mathbf{i_k}$, и сам символ $\mathbf{i_k}$ ошибочны:
- все проверочные символы ошибочны, но в двух из них ошибки одинаковы, а $\mathbf{i_k}$ принят верно. Остальные ошибочные решения декодеров существенно более редки.

Можно заметить, что два указанные критические события похожи на ситуации, приводящие к невосстановлению символов при работе ОД и МПД в каналах со стираниями. Это также повышает эффективность применения QМПД, поскольку мы рассматриваем возможности работы декодеров именно в классическом канале, создающем ошибки. Но столь хорошие характеристики сложного переборного ОД совсем не обязательно могут быть получены и на основе QМПД. Однако наиболее опасный для этого декодера эффект размножения ошибок в недвоичных кодах оказывается меньшим, чем в случае использования их двоичных аналогов. Именно это в случае правильно выбора недвоичных кодов и позволяет достичь высоких уровней их эффективности при использовании QМПД, что и было продемонстрировано в [8,9].

Простая схема QМПД дана в [3].

3. Оценки эффективности простейшей схемы каскадирования.

Выше мы уже отмечали, что при использовании блоковых кодов и декодировании, близком к оптимальному, когда вероятность ошибки в канале достаточно мала, QМПД обычно совершает редкие одиночные ошибки, поскольку все ближайшие кодовые слова в кодах СОК отличаются между собой в единственном информационном символе. Но в случае, если критерием качества декодирования считается вероятность ошибки на блок, а блоки выбираются достаточно длинными, наличие и одной ошибки в блоке не позволяет считать блок успешно декодированным. В подобных случаях желательно избавиться от этих одиночных ошибок простейшими средствами, поскольку исправление такой единственной ошибки приведёт и к правильному декодированию всего очередного весьма длинного блока принятых (или записанных в БД) данных, размер которого по мере дальнейшего развития систем передачи, хранения и восстановления данных будет только расти. Эту задачу легко решить с помощью кодов с контролем по mod q, полного аналога кодов контроля по чётности, эффективно применимых для двоичных кодов [1,3,6].

Пусть есть схема кодирования, при использовании которой сначала исходные данные кодируются недвоичным блоковым кодом с контролем по mod q длины L: (L,L-1,2). При этом каждые (L-1) информационных символов, L=5 ÷1000, дополняются L-ым символом, который есть сумма по mod q этих (L-1) символов. Далее эта новая последовательность символов снова рассматривается как информационная, которая и кодируется недвоичным мажоритарно декодируемым кодом. При этом можно сформировать не один, а много, например, m подблоков контроля по mod q, которые образуют сначала информационный блок для QМПД, кодируемый затем обычным образом внутренним недвоичным кодом с мажоритарным декодированием.

На приёмном конце, соответственно, сначала происходит обычная для QМПД процедура декодирования, такая, что при достаточно малом уровне шума ошибки декодирования почти всегда совпадают с оптимальными и являются одиночными для каждого подблока длины L.

На втором этапе декодирования предлагается реализовать корректирующие возможности кодов контроля по mod q. В каждом подблоке длины L вычисляется сумма первых (L-1) символов и если эта сумма не равна значению L-го символа, то на величину их разности изменяется самый ненадёжный символ в данном блоке. Символ с минимальной надёжностью должен быть единственным и не быть L-ым контрольным разрядом. Отметим, что поскольку каждый большой блок такого каскадного кода с декодированием по QМПД имеет m подблоков контроля по mod q, то применение этого кода позволяет исправить даже не одну, а достаточно большое число ошибок, возможно, ~m в полном блоке каскадного кода, оставшихся после внутреннего QМПД декодера.

Очевидная нижняя оценка вероятности ошибки рассматриваемого кода с контролем по mode q равна вероятности появления двух ошибок декодирования в пределах блока длины L. Если нижнюю оценку средней вероятности ошибки обычного QМПД в каждом символе кода, с учётом рассмотренных свойств ОД обозначить как $Pq_{OD}(e)$, то вероятность появления двух ошибок без учёта размножения ошибок декодирования, т. е. их группирования, можно оценить снизу как

$$P_2=L*(L-1)*(P_{qOD}(e))^2/2 \quad . \tag{1}$$

Эта оценка соответствует наличию двух ошибок QМПД декодера в подблоке длины L . Она вполне приемлема для предварительных оценок.

Более точная нижняя оценка неуспешного декодирования с учётом наличия кода контроля по mod q может быть просто получена из того условия, что возможна ситуация, когда QМПД в пределах подблока длины L совершает одну ошибку и при этом есть ещё один правильно декодированный информационный символ с минимальной надёжностью. Поскольку надёжность неправильно декодированного символа обычно также минимальна, то у декодера нет способа определить, какой именно из этих двух символов следует исправлять. Но тогда он не изменит символов этого блока и в нём останется ошибка, сделанная декодером QМПД во внутреннем коде. Хорошая нижняя оценка вероятности такого события оказывается равной

$$P_3=P_2*(d-1)/p_0. \tag{2}$$

Отметим, что если вероятность ошибки на символ $Pq_{OD}(e)<<1$, то вероятность ошибки в блоке полного каскадного кода $P_{kk}(e)$ достаточно точно оценивается как

$$P_{kk}(e)\sim m*P_3 \ . \tag{3}$$

Данная оценка показывает, что если QМПД работает эффективно, то вероятность ошибки декодирования блока каскадного кода с такой минимальной избыточностью, какая доступна только кодам с контролем по mod q, может быть такого же порядка или даже меньшей, чем вероятность ошибки на символ внутреннего QМПД в этой каскадной схеме. Именно снижение вероятности ошибки на блок в рассмотренном каскадном коде до очень небольшой величины, близкой к вероятности ошибки на символ обычного QМПД, и является целью применения такой схемы. Этот результат весьма важен при использовании рассматриваемого каскадного кода для хранения данных в больших базах данных, поскольку доля ошибочных блоков каскадного кода уменьшается при этом на много десятичных порядков.

4.. Характеристики помехоустойчивости алгоритма QМПД.

Во многих случаях в реальных системах удобно работать с данными, имеющими байтовую структуру. Отметим, что кроме кодов Рида-Соломона (РС) в настоящее время вообще нет других сколько-нибудь эффективных и одновременно довольно простых методов декодирования недвоичных символьных данных, если выбранный код достаточно короткий. Сравним вероятностные характеристики кодов РС с возможностями QМПД. Подчеркнём, что для QМПД никаких ограничений по длине кода вообще нет, поскольку длины кодов и величина его основания в недвоичных кодах с мажоритарным декодированием совершенно не зависят друг от друга.

Ниже рассмотрены результаты моделирования работы QМПД в недвоичном симметричном канале QСК, характеристики каскадирования кодов для Q МПД с кодами контроля по mod q , а также возможности обычных декодеров кодов РС. Объём моделирования в нижних точках графиков для QМПД составлял от $5*10^{10}$ до $2*10^{12}$ битов, что свидетельствует о крайней простоте метода.

На **<u>рис.1</u>** показаны возможности QМПД и кодов РС при кодовой скорости R=7/8. Сплошными линиями с указанием длин блоков представлены вероятности ошибки на символ для кодов РС.

<u>(Рис.1 – представлен в конце этого файла.)</u>

Пунктирными линиями представлены коды с QМПД декодированием и длиной 48000 символов: b1 -байтовых (символ - 8 битов) и b2 – бвухбайтовых (символ – 16 битов). Подчеркнём, что возможность создания кодов РС длины 4096 при R=7/8 в ближайшее время останется очень проблематичной, в то время как даже для кодов длины 48000 байтов рассматриваемые недвоичные мажоритарные декодеры остаются очень простыми.

Далее на **<u>рис.2</u>** для кодов с малой избыточностью при R=0,95 представлены аналогичные характеристики для QМПД и кодов РС. Для сопоставления на этом же рисунке приведён также график для кода РС с n=256 и R=7/8 с рис.1. Пунктирами b1 и b2 указаны возможности двух QМПД для кодов длины n~80000 и символов размером 1 и 2 байта.

(**<u>Рис.2 - представлен в конце этого файла</u>**.)

Из сопоставления кодов РС длины n=256 при R=7/8 и R=19/20 видно, насколько последний менее эффективен первого и насколько труднее обеспечивать для этих кодов хорошую эффективность при уменьшении избыточности. Тем не менее характеристики малоизбыточных кодов с мажоритарным декодированием на основе QМПД оказываются весьма высокими и могут существенно поднять уровень помехоустойчивости, если выбранные коды имеют достаточно большие длины.

Более того, QМПД при R=0,95, как следует из рис.2, эффективнее кода РС с R=7/8, у которого избыточность в 2,25 раз больше. Этим снимаются все вопросы о применении любых новых самых сложных методов декодирования для кодов РС: они малоэффективны по сравнению с QМПД. В частности, например, алгоритмы Судана и прочие серьёзные усложнения декодеров для кодов РС приводят к росту их асимптотической от длины кода сложности с уровня n^2 до величины $\sim n^3$. При этом в самом лучшем случае для этих алгоритмов вес ошибок канала, при котором возможно получение правильного решения, возрастает при использовании самого сложного алгоритма этого класса менее чем на 4% для R=7/8 и менее чем на 1% для R=0,95, т. е. для тех значений скоростей, которые представлены на графиках. Стоит повторить, что рис.2 показывает превосходство QМПД с R=0,95 перед кодом РС длины 255 даже с R=7/8, т. е. при его гарантированной корректирующей способности на 125% большей, чем при R=0,95. Поэтому рост корректирующей способности алгоритма Судана на 4% и 1% ничего даст даже для длинных кодов РС, сопоставимых по длине с кодами, выбранными для QМПД.

Полезно отметить, что везде для графиков b1 и b2 нижние экспериментальные точки соответствуют оптимальному (совпадающему с переборным) декодированию с одиночными ошибками при частоте их появления, близкой к оценкам [1,3,6,8].

Другие экспериментальные данные для QМПД можно найти в [1,3,6-9].

Более полно вопросы сложности недвоичных мажоритарных алгоритмов будут рассмотрены ниже.

5. Характеристики каскадирования недвоичных МПД.

Возможности каскадирования QМПД с использованием кодов контроля по mod q также представлены для высокоскоростных кодов на рис.1 и рис.2.

Вероятности ошибки на блок для каскадных кодов с внутренним СОК кодом при R=7/8 и внешнего кода с L=190 представлены кривой B1 для кода с q=256 (символ – 1 байт) и кривой B2 для кода с q=65536 (символ - 2 байта) на рис.1.

Для каскадного кода с внутренним кодом при R=0,95 и внешнего кода с L=190 вероятность ошибки на блок также даётся кривыми B1 для q=256 и B2 для q=65536. Из вида кривых для каскадного кода следует, что характеристики QМПД обеспечивают исправление всех одиночных и части многократных ошибок благодаря тому, что число m подблоков длины L во внутреннем коде оказывается достаточно большим.

Во всех случаях на графиках B1 и B2 нижние точки соответствуют величине N_B^{-1}, где N_B – число декодированных блоков, поскольку в экспериментах не было ни одного случая неправильного декодирования каскадного кода в этих точках.

Как и ожидалось, применение каскадирования на много порядков снижает вероятность ошибки на блок по сравнению обычным QМПД почти без сколько-нибудь заметного роста избыточности каскадного кода.

Увеличение объёма вычислений в каскадном коде составляет менее 20% по сравнению с исходным алгоритмом QМПД.

6. Сравнение сложности декодирования QМПД и кодов РС.

Очевидно, что недвоичный пороговый элемент, рассмотренный выше при описании операций в QМПД, - простейшее устройство или подпрограмма с числом операций **N** сложения и сравнения небольших целых чисел **N**~10÷50 для всех тех небольших значений минимального кодового расстояния **d**, **d**<15, которое следует применять в таком декодере. Подпрограмма работы недвоичного порогового элемента, которая, собственно, и составляет весь QМПД декодер, насчитывает менее 7 строк текста на языке С++.

Реальная практически ничтожная сложность QМПД декодера, выполняющего только операции сложения и сравнения, подтверждается скоростью работы этого алгоритма на ПК средней производительности для ряда типичных параметров кода и канала, которая составляла около одного миллиарда декодированных символов (до $3*10^{10}$ битов!) за один час полного моделирования функционирования на нём всей полной модели системы связи (или записи и контролируемого восстановления и считывания информации в БД): источника данных, кодера, имитатора шума канала (дефектов носителя в БД) и собственно декодера рассматриваемого класса при наличии весьма большого уровня шума.

Соответствующую высокоскоростную демопрограмму класса QМПД можно переписать с образовательной странички специализированного web-сайта ИКИ РАН [6]. Она имеет большое число настраиваемых параметров и может использоваться для непосредственного изучения возможностей QМПД и сравнения его скорости работы и эффективности с другими методами исправления ошибок в малоизбыточных кодах. Инструкция по использованию демопрограммы QМПД с обширными комментариями также прилагается. Скорость работы такой очень быстрой полной модели системы кодирования при большом уровне шума на ПК средней производительности составляет от 5 до 24 Мбит/сек, что и доказывает непосредственным образом крайнюю простоту QМПД алгоритма.

Асимптотическое сопоставление сложности QМПД, которая растёт для этого алгоритма линейно с ростом длины кода n, и традиционных декодеров для кодов РС со сложностью порядка n^2 даёт отношение сложностей порядка n, что соответствует очень большой сложности декодеров РС кодов уже при n~30000 символов. Скорость работы демо модуля QМПД особенно наглядно комментирует это утверждение. Можно напомнить, что при $R \sim 1/2$ возможности символьных QМПД для длинных кодов для кодов РС вообще нереализуемы [4,5]. Характеристики кодов РС при $R=7/8$ и $R=0{,}95$, сопоставимые с QМПД, также труднодостижимы из-за простоты декодирования длинных кодов мажоритарными методами.

Ещё раз отметим, что применение списочных и иных алгоритмов декодирования (например, метода Судана) кодов РС со сложностью порядка n^3, при использовании которых возможно включение в списки и правильных возможных решений, приводит для кодов длины порядка 30000 символов к разнице в сложности алгоритмов для кодов РС и QМПД порядка $n^2=30000^2 \sim 10^9$ (миллиард!), что, конечно, совершенно недопустимо. В то же время QМПД декодеры, как ожидалось и как было показано выше, оказываются очень быстрыми алгоритмами и для таких больших длин кодов. Кроме того, использование списка в тех алгоритмах для кодов РС на самом деле приводит к принципиальному изменению постановки задачи о декодировании, когда в любом случае оказывается непонятным способ использования списка очень большого объёма. А сравнение всех решений из списка и поиск в нём одного-двух лучших решений ещё более усложняет все эти интересные математически, но совершенно неудачные для практики методы. При этом можно даже не обсуждать размер памяти подобных декодеров кода РС для хранения таких «хороших» списков.

Дальнейшее значительное улучшение эффективности декодирования методами QМПД возможно при переходе к свёрточным кодам, методам последовательного и параллельного каскадного кодирования, применению кодов с выделенными ветвями и другим мерам, некоторая часть из которых описана в [1].

7. Расширение области применения новых методов кодирования

Кроме естественных областей применения простых высокоэффективных методов кодирования в сетях связи следует отметить хорошие возможности применения QМПД для кодирования информации на дисках и других носителях больших объёмов информации, в сверхбольших базах аудио- и видео- данных с намного более высоким уровнем достоверности, чем это было доступно до недавнего времени, а также при обновлении, восстановлении, переносе и использовании хранимых там данных. При этом легко обеспечить оперативный постоянный контроль за качеством хранимой информации, а также своевременную корректировку и перенос данных вследствие старения и возникающих дефектов носителя. Все виды динамического контроля уровня достоверности, управления памятью и её резервированием самым очевидным образом реализуются на основе того, что QМПД алгоритмы непрерывно проводят различные простые, но очень информативные и удобные мажоритарные оценки надёжности записанных данных. Этим и определяются все дополнительные преимущества многопороговых алгоритмов в их приложениях по обеспечению принципиально нового, на много десятичных порядков более высокого уровня целостности и достоверности хранения информации в сверхбольших массивах данных практически любой структуры.

Принципиально новый уровень помехоустойчивости, достигаемый с помощью QМПД, позволяет решать перечисленные задачи без какой-либо дополнительной доработки этих алгоритмов или всего лишь при незначительной их адаптации к возможным дополнительным требованиям, возникающим в крупномасштабных цифровых системах.

8. **Выводы**

Возможность очень простого исправления ошибок в длинных недвоичных кодах при эффективности, близкой к уровню, доступному только оптимальным переборным алгоритмам, открывает принципиально новые возможности для кодирования символьной информации, т.е. основных видов данных, практически непосредственно используемых современным информационным сообществом. Кодирование обеспечивает высокое контролируемое качество хранимой, передаваемой и формируемой информации. Применение простых и одновременно высокоэффективных методов кодирования может создать новые высокие стандарты информационного обеспечения всех аспектов развития цивилизации, в том числе при совместном применении мобильных систем и крупномасштабных баз данных.

Разработки алгоритмов МПД поддерживались Научным советом по комплексной проблеме "Кибернетика" АН СССР, НИИ «Квант» и ИКИ РАН.

Дополнительная информация об МПД разных классов – на специализированном тематическом двуязычном веб-сайте ИКИ РАН **www.mtdbest.iki.rssi.ru** .

Исследования велись при финансовой поддержке РФФИ по грантам №05-07-90024 и №07-08-00078.

Литература

1. Золотарёв В.В. Теория и алгоритмы многопорогового декодирования. –М., Радио и связь, Горячая линия - Телеком, 2006, 270с.
2. V.V.Zolotarev, S.V.Averin, I.V.Chulkov. Optimum Decoding Characteristics Achievment on the Basis of Multithreshold Algorithms. –- 9-th ISCTA’07, July, UK, Ambleside, 2007.
3. Золотарёв В.В., Овечкин Г.В. Помехоустойчивое кодирование. Методы и алгоритмы. Справочник. "Горячая линия - Телеком", Москва, 2004, с.124.
4. V.V.Zolotarev, R.R.Nazirov, I.V.Chulkov - The Quick Almost optimal multithreshold decoders for Noisy Gaussian Channels- RCSGSO International Conference ESA in Moscow, SRI RAS, Russia, June, 2007.

5. Ю.Б.Зубарев, В.В.Золотарёв - Достижение характеристик оптимального декодирования на основе многопороговых алгоритмов. – В сб.: 9-я Международная конференция и выставка "Цифровая обработка сигналов и её применение", Доклады-1, ***Пленарный доклад***, Москва-2007, с.12-15.

6. Золотарёв В.В. Многопороговые декодеры.- Веб-сайт ИКИ РАН www.mtdbest.iki.rssi.ru .

7. V.V.Zolotarev, S.V.Averin – Non-Binary Multithreshold Decoders with Almost Optimal Performance - 9-th ISCTA’07, July, UK, Ambleside, 2007.

8. Золотарёв В.В. Многопороговое декодирование для информационных потоков с байтовой структурой. - Мобильные системы, М., 2006, №3, с.25-27.

9. Золотарёв В.В. Обобщение алгоритма МПД на недвоичные коды. - Мобильные системы, М., 2007, №2, с.36-39.

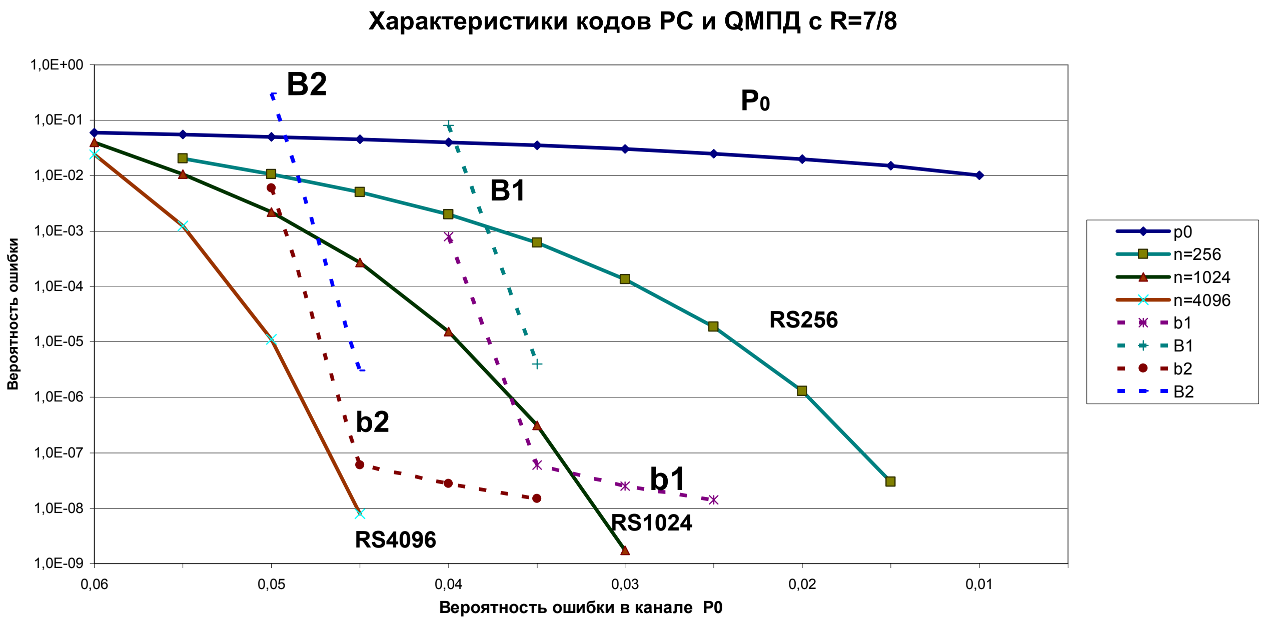

Рис.1.

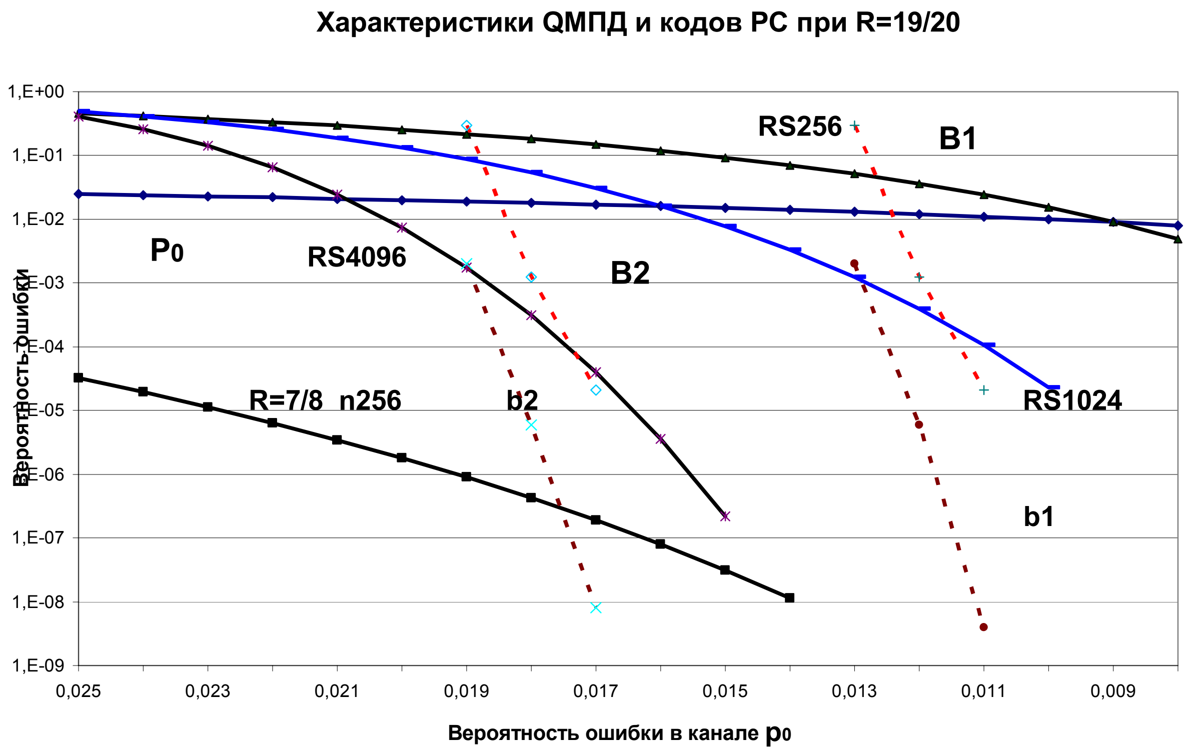
Характеристики QМПД и кодов РС при R=19/20
1,E+00
1,E-01
1,E-02
1,E-03
1,E-04
1,E-05
1,E-06
1,E-07
1,E-08
1,E-09
Вероятность ошибки
RS256
B1
P0
RS4096
B2
R=7/8 n256
b2
RS1024
b1
0,025
0,023
0,021
0,019
0,017
0,015
0,013
0,011
0,009
Вероятность ошибки в канале p0

Рис.2.