Оптимизационная Теория решила проблему Шеннона. Старая теория кодирования завершена. Наши перспективы

В.В. Золотарёв
ИКИ РАН, Москва

Аннотация — Рассматриваются все основные результаты Оптимизационной Теории (ОТ) помехоустойчивого кодирования, полученные за 50 лет. Показано, что ОТ полностью решила проблему Шеннона для всех классических каналов и ещё 40 лет назад заменила во всех прикладных аспектах прежнюю теорию кодирования ТК. Указано, что алгоритмы ОТ обеспечивают наилучшие возможные характеристики по единому критерию качества алгоритмов коррекции ошибок «ПДС»≡"помехоустойчивость-достоверность-сложность". Декодеры, созданные по технологиям ОТ, обладают наилучшими даже теоретически возможными характеристиками. Самые простые практически оптимальные декодеры ОТ построены на базе методов и технологий теорий поиска глобального экстремума функционала (ПГЭФ).

Наши также запатентованные блоковые версии алгоритма Витерби (БАВ) тоже имеют минимальную на текущий момент сложность, соответствующую свёрточному АВ.

Ключевые слова — граница Шеннона, Оптимизационная Теория (ОТ), пропускная способность канала, двоичный симметричный канал (ДСК), сложность алгоритмов, поиск глобальных экстремумов функционалов (ПГЭФ), критерий "ПДС", оптимальное декодирование (ОД), теория оптимизации, блоковый алгоритм Витерби (БАВ), теория кодирования (ТК), многопороговые декодеры (МПД), параллельное каскадирование, дивергенция, декодеры с прямым контролем метрики (ДПКМ).

1. Введение.

В 1948 году К. Шеннон написал одну из своих лучших работ [1], которая положила начало развитию теории помехоустойчивого кодирования. Однако мы считаем, что после полезных результатов 1960 года в алгебраической теории и изобретении алгоритма Витерби (АВ) для свёрточных кодов в 1967 году [2] в последующие годы и вплоть до настоящего времени **не было никаких существенных прикладных достижений в теории кодирования (ТК),** которые привели бы к решению проблемы эффективного декодирования в шумящих каналах вблизи границы их пропускной способности. Наша научная школа *принципиально новой теории помехоустойчивого кодирования* опубликовала на сегодняшний день **11 монографий**, а также еще 4 книги и **2 справочника**, которые обеспечивают полное решение всех прикладных задач теории кодирования с исправлением ошибок, основанное на принципиально иных методах, а именно на технологиях и теориях поиска глобальных экстремумов функционала (ПГЭФ), которые мы назвали Оптимизационной Теорией (ОТ). **Ниже полностью представлена вся ОТ**, которая ещё в 2006г. опубликована в РФ в монографии [16], а также детально изложена затем на английском в книгах [3-5]. Мы также предлагаем для детального изучения нашу новую монографию 2021г. [17]. Все они находятся в свободном доступе [8] и как все статьи с нашими основными результатами, ***легко доступны по гиперссылкам***. При необходимости мы также будем указывать конкретные номера страниц в этих публикациях.

Все базовые алгоритмы ОТ имеют минимальную сложность N, линейно возрастающую с длиной кода n, N~n. И в то же время наши методы не отличаются по достоверности от характеристик оптимального (**с полным перебором!**) декодирования (ОД). Декодеры, созданные методами ОТ, сохраняют эти свойства также непосредственно вблизи границы Шеннона, которая, как известно, абсолютно упруга, вследствие чего она совершенно недостижима, как и скорость света для материальных тел.

<u>И обратите внимание</u>! Хотя мы опубликовали по ОТ практически всё и даже очень давно, мы по-прежнему лидеры, до уровня которых никто так и не дошёл! Почему? Весь мир от нас так и остался на расстоянии 15- 25 лет, а возможно, что и больше (?). Наша ОТ – совершено другая, чем прежняя неудачливая и крайне «математическая» ТК, которая, однако, ничего важного и полезного для проектирования декодеров считать так и не научилась. Поэтому мы полагаем, как и многие наиболее квалифицированные коллеги, что наша ОТ - действительно великое мировое достижение российской науки, абсолютно и безусловно достойное **<u>Нобелевской премии.</u>** Ну, а то, что мы её **<u>не получим – абсолютно неважно</u>**. Тем не менее, именно только мы создали все условия для того, чтобы наша информационная цифровая цивилизация всегда могла удобно, просто и быстро создавать, передавать, хранить и контролировать, а если надо, то и восстанавливать всю свою высокодостоверную информацию, которая, как мы очень надеемся, будет использована только на благо человечества.

И мы уверены, что наш решающий вклад в очень успешное решение всех задач достоверности при цифровом обмене никогда не будет забыт научным сообществом.

Только для краткости изложения главной идеи прикладной теории кодирования (ТК) все картинки и графики с характеристикам алгоритмов мы опускаем, т.к. эта статья носит исключительно системно-философский характер. В случае вашего первого знакомства с ОТ рекомендует одновременно с этой статьёй иметь поблизости наш научно-поулярный буклет [5] или его английский аналог [5a]. Он очень важен, как и множество серьёзных ссылок на строгие монографии по тематике ОТ, также помещённые в нём. Но всё же мы предлагаем больше ориентироваться именно на текст этой статьи, которая помогает понять переворот научной мысли в сфере прикладной ТК, свершившийся ~40 лет назад. Но он и до сих пор полностью игнорируется почти всеми «служителями науки», которые должны были уже прямо тогда воспринять этот крайне неожиданный поворот важнейшей науки цифрового мира. Эта ситуация кажется ещё более странной, если указать на то, что новая ТК стала ориентировочно в 1000 раз более компактной. Более того, даже беглый просмотр всех, особенно новейших книг по ОТ показывает, что и формул-то в нашей ОТ совсем немного, тогда как все необходимые для оценок и формирования границ параметров систем кодирования математические выражения везде в нужных местах есть. Это ещё в большей степени должно убедить всех исследователей цифровых систем передачи и хранения данных в том, что ОТ действительно принципиально новая философия в теории информации. А все следующие из неё следствия, технологии, математические результаты и возможности удивительно простых, но невероятно эффективных алгоритмов – это только следствия создания действительно новой философии в прикладной теории кодирования. Так что сначала предлагаем обратиться именно к изучению этого текста, ссинтемно-философский смысл которого будет определять развитие всей современной прикладной ТК на многие последующие годы. А конкретные численные результаты для алгоритмов ОТ, как и для других, не наших методов, всегда доступны для всех специалистов в сотнях наших публикаций, обзоров и монографий уже более 50 лет.

Итак, приступим!

2. Исходная ситуация. Первая революция.

Сразу отметим, что близкий по содержанию английский аналог этой статьи опубликован в [27].

Как известно, прежняя теория кодирования (ТК) не способна рассчитать никакие параметры единого критерия ПДС при большом уровне шума. Это означает, что та ТК за 60 лет своего существования <u>ничего не сделала для решения проблемы Шеннона</u>. Отсюда следует, что ТК **вовсе не является математической задачей**. Жаль, что теоретики с этим так и не согласились! Возможно, никто из них не знаком с такими публикациями, как [5, 21], из которых следует, что аналитически представляемых результатов для крупномасштабных научных проблем почти что никогда и не существует. В науке есть жёсткая философия, настоянная на тысячелетнем уже опыте: только **у самых простых задач есть ответы в виде формул**.

Рассмотрим исходную ситуацию, с которой всё началось в ОТ. Опишем наиболее важные свойства цифровых системы и кодов. Они были **доказаны нами ~50 лет назад**. Но полное понимание теоретических и экспериментальных результатов, полученных нами за эти годы, включая новые парадигмы ОТ, почти 40 патентов, ~100 «ноу-хау» и свойства методов ПГЭФ для для реальной содержательной ТК, т. е. для нашей ОТ, может прийти к некоторым специалистам только после долгой и кропотливой работы с нашими монографиями. Однако мы ***подчеркиваем***, что наши результаты бывают весьма неожиданными, но **все они всегда чрезвычайно просты**!

Итак, мы обратили внимание на то, что для любого линейного двоичного систематического свёрточного или блокового (n,k) кода C, определяемого его проверочной матрицей H, который, например, использовался для передачи по каналу ДСК некоторого сообщения длины n, принятого декодером как $Q=(Q_k,Q_r)$, , r=n - k, и для произвольного кодового слова этого код $A=(A_k,A_r)$, представленных их информационными и проверочными частями, справедлива **Лемма 1**:

Для выбранного кода имеет место соотношение:

$$(A+Q)=(D,H^*(D+Q_k,Q_r)), \qquad (1)$$

где $D=A_k+Q_k$ - вектор длины k. Смысл леммы заключается в том, что покомпонентная разность (в двоичном случае это также и сумма) векторов A и Q определяется разностным вектором D длины k и результатом умножения проверочной матрицы H на вектор (A_k,Q_r). Обозначим этот результат умножения как вектор S. Тогда выражение (1) в лемме кратко записывается в виде

$$(A+Q)=(D,S). \qquad (2)$$

В ОТ это **Лемма 1** [3, 4, 16, 17]. Ясно, что если $A_k=Q_k$, то результатом такого вычисления является обычный синдром принятого вектора Q [3, 4, 13, 16]. Отсюда следует, что, изменяя D, можно найти минимальный вес суммы $|(A+Q)|$. Тогда соответствующий вектор A будет искомым решением оптимального декодера (ОД). Но это сложный способ.

Давайте далее рассмотрим более простое решение. Пусть код C также является мажоритарно декодируемым самоортогональным кодом (СОК) с кодовым расстоянием d=2t+1 [4,14,15]. Пусть пороговый элемент (ПЭ) в соответствующем пороговом декодере, как и в обычном декодере Дж. Месси [13], всегда суммирует J=2t проверок кода, но при этом ещё добавляет в эту сумму также ту составляющую d_j вектора разности D, которая относится к очередному декодируемому символу i_j принятого сообщения. Это означает, что общее количество проверок, поступающих на входы ПЭ равно d. Пусть ПЭ изменяет символ i_j, все 2t проверок вектора синдрома и символ d_j, если эта общая сумма d проверок на его входах больше, чем d/2. Но если это произойдет для некоторого начального вектора A_1, то, очевидно, сумма всех d проверок на ПЭ станет меньше, чем d/2, и набор новых векторов (D_2,S_2) с проверками, изменившимися из-за коррекции символа i_j и символа d_j, станет разностью уже для векторов (A_2+Q). Это означает, что с изменением символа i_j был найден более правдоподобный вектор A_2, и новое состояние векторов A_2, D_2 и S_2 снова соответствует **Лемме 1**. И, следовательно, можно снова декодировать уже любве следующие символы, причём, много раз в соответствии с этим правилом, так что при всех изменениях в контролируемых символах такой многопороговый декодер (МПД) всегда будет переходить ко все более и более строго правдоподобным решениям. Эти и есть **абсолютное и полное решение проблемы Шеннона**. Значит, тем самым **совещенно завершается и вся теория кодирования (ТК) как проблема.** Далее уже – ***только технологии научной школы ОТ.*** Так что почти ничего вычислять в реальной ТК, т. е. и в нашей ОТ невозможно! Почти вообще всё остальное - задачи вычислительной математики, её очень мощного раздела поиска глобальных экстремумов. И вот с такими намерениями, опытом и целями – к нам! Это и есть наша **ОТ**. **Просим любить и жаловать!**

В ОТ это простое ключевое и сразу конечное математически сформулированное решение - Основная Теорема многопорогового декодирования (OTMTD), поскольку у МПД может быть много попыток исправления символов, т.е. итераций, вплоть до I ~ 50 ÷ 200. И тут сразу можно применять многие новые технологии.

Далее, поскольку в СОК ближайшие кодовые слова отличаются только одним информационным символом, в ДСК, как вполне ясно показал и эксперимент, для ОД достижимая нижняя оценка вероятности ошибки на бит $P_b(e)$ естественным образом определяется простейшими биномиальными распределениями для появления более чем d/2 ошибок для декодируемого символа в тех d позициях, в которых два таких кодовых слова различаются [3, с. 249; 17,с. 242]. Никакие другие алгоритмы не обладают такими полезными и понятными свойствами. При небольшой вероятности ошибки в ДСК, как много лет назад показали простейшие эксперименты, решения МПД фактически вообще не отличаются от ОД уже для I=2 [4,16]. Но пока только напомним, что целью ОТ является высоконадежное декодирование вблизи границы Шеннона, при очень высоком уровне шума, т. е. при большой вероятности ошибки в ДСК.

При переходе к двоичному **гауссовскому каналу** (АБГШ), например, при M=16 уровнях квантования входного сигнала для декодера, предельные возможности МПД улучшаются так же, как и в случае АВ, на ~2 дБ, что, конечно, весьма значимая величина. В таком МПД при декодировании ПЭ вычисляет уже взвешенные суммы проверок с небольшими целыми коэффициентами. Для этого наиболее важного на практике канала сложность N у МПД остается также линейной по отношению к длине кода **n**, а результат по достоверности получается такой же, как и для ОД [3, с. 249; 17, с. 242].

Почему проблема Шеннона теоретически полностью решена уже на этом этапе для двоичных каналов ДСК и АБГШ? Согласно критерию ПДС, сложность алгоритма МПД пропорциональна n, а именно, не превышает N=2nIRd, и все операции представляют собой лишь простейшие сложения и сравнения для небольших целых чисел. А достоверность, как отмечалось выше, даже и при значительном уровне шума соответствует уровню ОД для СОК кодов. Это стало ясно примерно в 1975 году уже из самых первых экспериментов по моделированию. Но в те годы просто в принципе ещё не было экспериментальной базы для создания действительно мощных методов декодирования, поскольку компьютеры были тогда слишком медленными, а проблема **ТК** – повторим это **– не была чисто математической задачей**. Она практически сразу стала вычислительной, оптимизационной, для которой были известны только границы для допустимых значений параметров декодеров.

Напомним еще раз, что и сейчас никто не знает, как вычислять какие-либо вероятности ошибки конкретного декодера хороших длинных кодов при высоком уровне шума. Это означает, что только моделирование всегда является единственным способом определения окончательной достоверности декодирования сложности (!) конкретного алгоритма в ТК. Так что мы, во-первых, обнаружили, что с точки зрения сложности и надежности МПД сразу же **обладает теоретически наилучшими параметрами** критерия ПДС при небольшом относительном уровне шума. Но ***как тут улучшить главный параметр - помехоустойчивость,*** т.е. расстояние рабочей зоны МПД до границы Шеннона?

3. Теория размножения ошибок. Вторая революция

Эта проблема также была решена только нашей научной школой ОТ, но только после создания полной теории размножения ошибок (РО) для мажоритарно декодируемых кодов [4, 16]. А далее за несколько лет было разработано программное обеспечение для поиска кодов с чрезвычайно низким уровнем РО. В таких кодах при одном из способов решения проблемы РО для всех возможных пар проверок, число которых имеет порядок $(nR)^2/2$, суммарное количество общих проверок во всех таких парах проверок доводится до минимально возможного числа. Именно такие коды с низкой подверженностью эффекту РО позволили теперь уже всем возможностям МПД проявляться во всём их великолепии. А к тому же, со временем и скорости компьютерного моделирования постепенно значительно выросли. Это чрезвычайно повысило результативность наших исследований, **динамично использующих возможности и тонкой теории, и масштабного эксперимента.**

Другие программные пакеты нашей школы обеспечивают сейчас демонстрацию помехоустойчивости, достоверности, сложности и настройки параметров алгоритмов МПД. Много лет назад они тоже почти сразу продемонстрировали в различных экспериментах наилучшие возможные даже теоретически характеристики МПД, в том числе вблизи границы Шеннона [3,17]. Это созданное нами ПО так и осталось единственным способом определения параметров любых декодеров школы ОТ при больших относительных уровнях шума по критерию ПДС. Других методов нет, и еще долго, а скорее всего, вообще **никогда и не будет**!

МПД в соответствии с этими совершенно объективными параметрами всегда являются наилучшими по триединому критерию ПДС, если коды выбраны в соответствии с требованиями теории РО [4, 16].

Важно, что сложность методов МПД практически всегда на несколько порядков меньше, чем у других алгоритмов [3,6,7-10]. А чтобы у всех исследователей была возможность правильно сравнивать сложность методов декодирования, мы создали программмы калибровки на С++, которые доступны на наших порталах для всех желающих [8]. Это позволяет, например, на компьютере с процессором Core-i7 и тактовой частотой ~3 ГГц для кода с d~9 при I=10 выполнить оптимальное декодирование СОК на основе МПД в гауссовском канале со скоростью ~6 Мбит/с без использования каких-либо дополнительных методов, например, распараллеливания. Фактически этот пример показывает скорость работы МПД, выполняющего ~100 простейших операций сложения и сравнения целых чисел при декодировании каждого символа кода. Отсюда пересчёт производительности МПД на другое число итераций **I** и значений **d** кодового расстояния очевиден. Эти средства калибровки позволяют специалистам очень точно сравнивать скорости работы различных декодеров.

Но самым важным свойством алгоритмов ОТ стало то, что МПД всегда точно измеряет расстояние всей последовательности своих решений до принятого сообщения. Это и означает, что МПД - это алгоритм поиска глобального экстремума функционалов (ПГЭФ) в массивах со свойствами самокоррекции и с экспоненциально растущим набором потенциальных решений. И выбор кода с небольшим РО ошибок на самом деле стал единственным технологическим вкладом прежней ТК в теорию ОТ и в задачи глобальной оптимизации функционалов. А проблема достижения ОД в настоящее время решается методами разных теорий поиска глобального экстремума функционалов (ПГЭФ), для чего было разработано множество программных пакетов, основанных на этих теориях [3, 17]. Оптимизация проводится по многим параметрам МПД: значениям порогов в ПЭ, весам проверок и т.д.

А затем выполняется фактическое моделирование работы МПД, когда за несколько минут обычно определяются все параметры критерия ПДС, которые обычно оказываются самыми лучшими из возможных. Но до сих пор мы рассматривали только ДСК и гауссовский канал. Подчеркнём, что здесь характеристики МПД по критерию ПДС уже давно вне конкуренции [3, 5, 7, 8, 17].

4. Стирающие каналы.

Обратимся к каналам со стираниями (ErsC) [3,4,17]. В ОТ предложены оценки вероятности невосстановления первого символа в МПД для СОК кодов в ErsC, а также столь же простые и достижимые оценки вероятностей ошибок на символ для ОД, которые даже не нужно выводить. Суть алгоритма МПД, например, для свёрточных кодов в этом канале, который намного проще, чем даже для ДСК, заключается в том, что декодер быстро ищет ситуации, когда в проверке есть единственный стертый информационный символ, который в этом случае немедленно декодируется путём решения простейшего уравнения a+**x**=b, где **x** – искомое значение информационного символа. **И это вообще все!**

Нижняя оценка для вероятности невосстановления стёртого в канале символа просто и очень быстро достигается алгоритмом MTD даже непосредственно вблизи пропускной способности канала [3,5]. Она также очень легко выводится для СОК кодов «в одно касание» [3, 5, 17].. Алгоритм был **впервые опубликован в 1983г**.. Его сложность N тоже линейна относительно **n**, и он также позволяет принимать решения с той же достоверностью, что и ОД [3, 17]. в том числе и у границы Шеннона для этих каналов. Этим абсолютно и завершаются совершенно все исследования в ErsC – наиболее лёгком для эффективного и быстрого оптимального декодирования канале со стираниями. Эта задача – почти учебная. И крайне удивляет грандиозное число «методов» декодирования в таком канале, в то время как максимально простой, даже тривиальный способ декодирования почти сразу дал почти идеальный результат.

5. Символьные (недвоичные) коды . Третья революция

Теорема OTMTD, а также теория РО явились наиболее важными результатами ОТ и позволили школе ОТ создать МПД декодеры, которые в гауссовском и стирающем каналах, согласно критерию ПДС, обеспечивают наилучшие даже теоретически результаты даже при максимально возможном относительном уровне шума. Эти **два результата** рассматриваются некоторыми экспертами как истинно **нобелевские достижения в цифровом мире**. И в самом деле, ничего сопоставимого с алгоритмами МПД по критерию ПДС научной школе ОТ неизвестно. Лидерство ОТ и методов МПД для этих кодов совершенно беспрецедентно.

Но у научной школы ОТ есть еще и третье, не менее, а возможно, даже ещё более важное достижение такого нобелевского уровня. Мы ликвидировали к ~1985 году ***продолжающийся ещё и сейчас*** уже **60-летний кризис** в алгоритмах декодирования для недвоичных кодов. Для кодирования недвоичных данных до сих пор (кроме методов ОТ!) могут применяться только единственно доступные инженерам короткие и поэтому весьма слабые коды Рида-Соломона (РС).

А школа ОТ для случайных ошибок в q-ичных симметричных каналах (qСК) адаптировала **Лемму 1** про векторы в ДСК ещё и к таким недвоичным каналам. И согласно этой новой **Лемме 2**, для q-ичного канала и недвоичных кодов справедливо равенство

$$(A–Q)=(D,S),$$

где знак "–" соответствует обычному покомпонентному вычитанию, например, в которой группе по сложению, например, по модулю q [3, 4, 13, 16, 17]. И на основе этой новой леммы для недвоичных мажоритарно декодируемых кодов, которые мы назвали **символьными кодами**, был создан чрезвычайно простой алгоритм qМПД. Этот алгоритм также **строго сходится к решению ОД** и **имеет линейную сложность N относительно n:** N ~n [3, 4, 5, 16]. Столь полное и «**мгновенно возникшее**» даже теоретически наилучшее возможное решение для декодирования символьных кодов, которому нет равных среди других [18, 19], сразу решило все проблемы для недвоичных кодов после более, чем полувекового застоя.

Нижние простые достижимые оценки для символьного ОД представлены в [3,4,16, 17]. Моделирование показало, что действительно оптимальное декодирование (ОД) при очень высоком относительном уровне шума канала qСК реализуется вполне просто, причём при вероятностях ошибки канала qСК кратно более высоких, чем те, при которых хоть как-то ещё работоспособны коды РС, которые. повторим, слабые т. к. обычно они короткие.

Символьные МПД на много порядков быстрее, эффективнее и проще, чем все другие методы [8-11,20]. Этим и можно, наконец, завершить изложение вообще всех основ новой полной ОТ, основанной на теориях ПГЭФ, теореме ОТМПД и на теории РО, объединённых в единую теорию ОТ уникальными ресурсами нашего инновационного ПО.

С порталов [8] можно скачать информативный цветной мультфильм с очень простой инструкцией для пользователя https://decoders-zolotarev.ru по гиперссылке [23]. Он демонстрирует достижение МПД декодером решения ОД даже для ещё не очень длинного кода в ДСК с довольно высоким уровнем шума. С каждой коррекцией символа, как показана работа МПД в мультике, декодер в соответствии с ОТМTD строго улучшает свои решения, делая их всё более правдоподобными и тем самым приближаясь к решению ОД, а затем достигая его. Напомним снова, что qМПД для символьных кодов создан более 30 лет назад, но и сейчас, после полной публикации этого алгоритма и при наличии в свободном доступе программ моделирования работы qМПД, он уже 60 лет после изобретения кодов РС до сиз пор никто не смог даже просто повторить, что крайне странно для такой столь важной для технологий и приложений области прикладной ТК. Возможно, что отчасти это связано с крайним пренебрежением почти всех «спецов», полагающих, что они занимаются теорией кодирования, экспериментальными моментами следований и, что тоже вполне реально, сильным падением уровня программирования в современном мире, который миновал точку максимума в уровне своего интеллекта, будем надеяться, всё-таки максимума локального.

6. Роль теорий оптимизации в ОТ

Понимание ОТ как задачи оптимизации позволило нам создать множество новых парадигм, которые еще больше улучшают сходимость решений всех типов МПД к ОД. Это дивергенция, которая увеличивает расстояние между кодами с помощью методов, не связанных с каскадированием [3,17,24,25], декодеры с прямым контролем метрики (ДПКМ) [17], а также параллельное каскадирование [3,17] и т.д.

Наши новые решения для блоковых алгоритмов Витерби также значительно упростили декодирование коротких блочных кодов [12, 17, 26]. Наш запатентованный блоковый АВ имеет ту же экспоненту сложности, что и свёрточный VA, в то время как для ряда других блоковых опубликованных ОД сложность соответствует **удвоенной экспоненте** [5, 17] **(!)**. Именно здесь важно напомнить и давно известнее мнение, что роль теорий оптимизации в математике столь же велика, как и роль самой математики в науке.

7. О методах декодирования при большом уровне шума

В ближайшем будущем при высоком относительном уровне шума, скорее всего, не будет получено никаких аналитических теоретических результатов для конкретных методов коррекции ошибок. Это – крайне трудно, что и было ***доказано всем 60-летним опытом относительной активности предыдущей ТК, давно, 40 лет назад тихо ушедшей с полей науки***. Кстати, и проблема полярных кодов [22], которую мы подробно и неоднократно рассматривали в своих разных обзорах, стала полной и крайне шумной катастрофой предыдущего формата теории, показав ее тщетность, неэффективность и абсолютную бездоказательность во всех аспектах, по меньшей мере, в неуклюжих выступлениях наших российских «фокусников» про «поляры». Полная неспособность и наших «спецов» по кодам заниматься программированием и моделирование также усугубила огромные проблемы этого абсолютно тупикового направления идей в ТК.

Таким образом, реальные дальнейшие результаты по приближению к границе Шеннона пока что возможны только в плане технологической оптимизации и настроек. Главную роль здесь уже успешно сыграли такие важные парадигмы ОТ, как принцип дивергенции, который реализует методы несвязанного с каскадированием увеличения кодового расстояния, технологии настройки элементов декодера, методы параллельного каскадирования, а также принцип декодирования с прямым контролем метрики (ДПКМ) и некоторые другие технологии, рассмотренные в [3, 4]. Все они позволили дополнительно приблизить область эффективной работы МПД на границе Шеннона, сохранив линейную сложность и достигнув надежности ОД для используемых кодов.

Мы подчеркиваем, что эти столь важные результаты были получены в процессе единой **разработки тонкой логичной теории и масштабной экспериментальной инновационной деятельности**, основанной на аппаратном и программном проектировании и моделировании работы алгоритмов MTD, а также на расширении области оптимизации параметров декодера средствами дополнительно созданного специального ПО, ориентированного на поиск экстремумов функционалов в пространстве цифровых массивов со свойствами самокоррекции возможных ошибок. И при этом, как мы понимаем, все эти вопросы **еще даже и не были сформулированы в качестве текущих задач** прикладной теории информации **ни одной научной группой в мире**.

8. О сравнении алгоритмов

Все методы МПД выполняют только операции с малыми целыми числами, а также имеют наилучшие параметры критерия ПДС в совокупности и по отдельности. Ясно, что из этого непосредственно следует, что аппаратные и программные версии таких декодеров обладают самой высокой производительностью, в том числе на ПЛИС, которые для двоичных кодов мы уже обсуждали. Символические МПД также обладают отличной производительностью. За час такой декодер на процессоре Core-i7 может собрать **статис-**

тику объемом ~10^{10} битов, а иногда и несколько больше. [3, 9, 17]. На данный момент **никаких методов**, сопоставимых с нашими алгоритмами по критерию ПДС и для недвоичных кодов **также не существует**.

Наши обзоры по вопросам прикладной ТК, т. е. нашей ОТ, можно найти в [8, 22]. Однако они вызывают несогласие с нами у некоторых индивидуумов, которые не следят за результатами и технологиями научной школы ОТ. Напомним, что наша работа получила премию Правительства РФ в области науки и техники. Сетевые порталы нашей школы ОТ посещают иногда до 100 тысяч читателей в год [5, 17]. Мы также награждены Золотой медалью ЕС "***За исключительные достижения***" в науке. И нам вручена **Золотая медаль** Международного салона изобретений за супербыстрый МПД декодер на **ПЛИС ALTERA**, созданный в ИКИ РАН согласно патенту школы ОТ и заработавший ещё в 2007 г. на скорости более 1 Гбит/с.

9. Заключение.

Школа ОТ завершила создание наилучших алгоритмов по критерию ПДС во всех классических каналах, рассматриваемых в прикладной ТК. Существенно улучшить наши результаты по критерию ПДС чрезвычайно трудно. Задача, поставленная Шенноном, полностью **успешно решена теоретически ещё до 1985г.**, а все разнообразные экспериментальные испытания методов и технологий ОТ, нашей новой «квантовой механики» в теории информации, завершились полным успехом и увенчались безусловным триумфом ещё **до 1995 года**. С тех пор вплоть до настоящего времени расширяются исследования ОТ, направленные на дальнейшее развитие технологий ОТ, упрощение проектирования МПД декодеров и новых модификаций алгоритмов Витерби, снижение задержек принятия решений и дальнейший рост скорости наших декодеров.

Ультрасложная работа несомненно **нобелевского уровня** успешно и полностью выполнена для всех традиционных в ТК типов каналов связи.

Предложения по дальнейшему развитию технологий ОТ были высказаны нами в работах [3,5,17]. Разумеется, они будут непрерывно расширяться и углубляться. Мы предлагаем всем нашу безусловную поддержку в освоении прикладных достижений ОТ.

Литература

1. Shannon C.E. A Mathematical Theory of Communication. Bell System Technical Journal, 1948, Vol.27, P.379–423, P.623–656.

2. Viterbi A.J. Error bounds for convolutional codes and asymptotically optimum decoding algorithm. IEEE Trans. Inform. Theory, IT-13, N.2, 1967, P.260–269.

3.. В.В. Золотарёв. Теория кодирования как задача поиска глобального эксстремума. Под научной редакцией академика РАН Н.А. Кузнецова // М., "Горячая линия - Телеком", 2018, 220 с.
URL: https://decoders-zolotarev.ru/wp-content/uploads/2021/10/kniga-2018-pro-globalnyj-poisk.pdf . .

3a. (Английской аналог) - Zolotarev V. Coding Theory as a Simple Optimal Decoding near Shannon's Bound (Optimization Theory of error-correcting coding is a new “quantum mechanics” of information theory) // Moscow, Hot-Line Telecom, 2018, 333 p. URL: https://mtdbest.ru/articles/mtd_book_2019.pdf. **(Eng)**

4. Zolotarev V., Zubarev Y., Ovechkin G. Optimization Coding Theory and Multithreshold Algorithms. Geneva, ITU, 2015, 159 p.,
URL: https://mtdbest.ru/articles/Zolotarev_ITU.pdf. **(Eng)**

5.. *Кузнецов Н.А., Золотарёв В.В., Зубарев Ю.Б., Овечкин Г.В., Назиров Р.Р., Аверин С.В.* Проблемы и открытия Оптимизационной Теории помехоустойчивого кодирования (ОТ в иллюстрациях) // М.: Горячая линия - Телеком, 2020, 36 с.
URL: http://www.mtdbest.ru/articles/comics.pdf. (Рус)

5a. (английский вариант) - Kuznetsov N.A., Zolotarev V.V., Zubarev Yu.B., Ovechkin G.V., Nazirov R,R, Averin S.V. Problems and Discoveries of the Optimization Theory for Coding near Shannon's Bound (OT in illustrations). Moscow: SRI RAS, RSREU, 2020, 45 p. **(Eng)**
URL: https://mtdbest.ru/articles/e-comics.pdf.

6. Zolotarev V.V., Ovechkin G.V., Chulkov I.V., Ovechkin P.V., Averin S.V., Satybaldina D.Zh., Kao V.T. Review of Achievements in the Optimization Coding Theory for Satellite Channels and Earth Remote Sensing Systems: 25 Years of Evolution. // "Current problems in remote sensing of the earth from space", 2017, Vol.14, No.1, P.9–24.
URL:https://mtdbest.ru/articles/ERSS_2017.pdf. **(Eng)**

7. Zolotarev V.V., Ovechkin G.V. On the Prospects of Optimization Theory // 22th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications (DSPA), Moscow, Russia, 2020.
URL: https://mtdbest.ru/articles/Zolotarev_90_Final.pdf. **(Eng)**

8. Web-sites: www.mtdbest.ru , www.decmtdzol.ru , https://decoders-zolotarev.ru.

9.. Кузнецов Н.А., Золотарёв В.В., Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Недвоичные многопороговые декодеры и другие методы коррекции ошибок в символьной информации // Радиотехника, №6, вып. 141, 2010, с. 4–9.
URL: https://mtdbest.ru/articles/Zolotarev_radiotechnik_2010.pdf . (in Russian).

10. Zolotarev V., Ovechkin G., Seitkulov Y., Satybaldina D., Mishin V. Algorithm of Multithreshold Decoding for Non-Binary Self-Orthogonal Concatenated Codes // 8-th International Conference on application of information and communication technologies. 15-17 October, Astana, Kazakhstan. 2014. URL:
https://decoders-zolotarev.ru/en/wp-content/uploads/2020/11/algorithm_of_qmtd.pdf .

11. Averin S.V., Zolotarev V.V. Non-Binary Multithreshold Decoders with Almost Optimum Performance. Proceeding of 9-th ISCTA'07 16-20 July 2007, UK,
URL: https://decoders-zolotarev.ru/en/wp-content/uploads/2020/11/qmtd_iscta07.pdf .

12. Zolotarev V.V., Ovechkin G.V., Ovechkin P.V. Modified Viterbi Algorithm for Block Code Decoding. 6th Mediterranean Conference on Embedded Computing MECO'2017, Bar, Montenegro. 2017.
URL: https://mtdbest.ru/articles/Zolotarev_MECO.pdf .

13. Massey J.L. Threshold Decoding. 1963, M.I.T. Press.

14. Robinson J., Bernstein A. A class of binary recurrent codes with limited error propagation. // IEEE Transactions on Information Theory, vol. 13, no. 1, pp. 106-113, January 1967.

15. Townsend R.L., Weldon E.J. Self-orthogonal quasi-cyclic codes, // IEEE Trans. Inf. Theory IT-13, p. 183–195 (April 1967).

16.. В.В. Золотарёв. Теория и алгоритмы многопорогового декодирования. // Под редакцией члена-корреспондента РАН Ю.Б. Зубарева. Москва, "Радио и связь", "Горячая линия - Телеком", 2006, 266 с.
URL: http://www.mtdbest.ru/articles/theory_and_algorithms_book2006.pdf .

17.. В.В. Золотарёв. Оптимальные алгоритмы декодирования Золотарёва. Под научной редакцией члена-корреспондента РАН Ю.Б. Зубарева // М., "Горячая линия - Телеком", 2021, 268с.
URL: https://decoders-zolotarev.ru/wp-content/uploads/2021/02/optimalnye-algoritmy-dekodirovaniya-zolotareva.pdf .

18. Davey M.C., MacKay D.J.C. Low density parity check codes over GF(q). IEEE Comm. Letters, 2(6), 1998, pp.165–167.

19. Declercq D., Fossorier M. Extended minsum algorithm for decoding LDPC codes over GF(q). IEEE International Symp. on Inf. Theory, 2005, pp.464–468.

20. Zolotarev V.V., Ovechkin G.V. Efficient Multithreshold Decoding of Nonbinary Codes // ISSN 1064_2269, Journal of Communications Technology and Electronics, 2010, Vol. 55, No. 3, pp. 302–306. ©
Pleiades Publishing, Inc., 2010. Original Russian Text © V.V. Zolotarev, G.V. Ovechkin, 2010, published in Radiotekhnika I Electronika, 2010, Vol. 55, No. 3, pp. 324–329. URL: https://mtdbest.ru/articles/qMTD2010.pdf . (in Russian).

21. Magarshak Yu. The number raised to absolute. Nezavisimaja gazeta (Independent newspaper), 09.09.2009. URL: https://decoders-zolotarev.ru/wp-content/uploads/2021/04/chislo-vozvedennoe-v-absolyut_magarshak.pdf . . (in Russian).
https://decoders-zolotarev.ru/en/wp-content/uploads/2021/04/a-number-raised-to-absolute_magarshak.pdf . (**Eng + Rus**)

22. Kuznetsov N.A., Zolotarev V.V., Ovechkin G.V., Nazirov R.R., Satybaldina D.J., Omirbayev E.D. Review of the polar codes problems from the standpoint of noiseproof coding Optimization Theory technologies. URL:
https://decoders-zolotarev.ru/en/wp-content/uploads/2021/02/review-of-the-polar-codes-problems-from-the-standpoint-of-noiseproof-coding-optimization-theory-technologies_eng.pdf . (**Eng**.),
https://decoders-zolotarev.ru/wp-content/uploads/2021/01/zolotaryov-antipolyary-2020.pdf . (**Rus**.).

23. https://decoders-zolotarev.ru/en/wp-content/uploads/2020/11/mtddemo_en.zip .

24.. Zolotarev V., Ovechkin G., Satybaldina D., Tashatov N., Egamberdiyev E. Divergence coding for convolutional codes. MATEC Web of Conferences 125, 05009 (2017), CSCC 2017. URL:
http://www.mtdbest.ru/articles/matecconf_cscc2017_05009.pdf . (**Eng.**)
https://decoders-zolotarev.ru/wp-content/uploads/2020/11/astana2015.pdf . **(Rus)**

25. Zolotarev V., Grinchenko N., Lotsmanov A., Ovechkin G. Developing the Principle of Divergent Coding for Gaussian Channels. 7-th Mediterranean Conference on Embedded Computing MECO’2018, Budva, Montenegro. URL: http://www.mtdbest.ru/articles/Zolotarev_article_MECO_2018.pdf **. (Eng)**

26. Zolotarev V., Ovechkin G. Development of New Approaches to Apply Block Versions of Viterbi Algorithm. 23th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications (DSPA), Moscow, Russia, 2021.
URL: https://decoders-zolotarev.ru/wp-content/uploads/2021/03/1.4_zolotarev.pdf . **(Rus)**

27.. Zolotarev V.V., Ovechkin G.V., Zung Ch. T. The Prospects of Optimization Theory Application for Solving Shannon Problem // Conference: 2022 24th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications (DSPA). March 2022. Moscow, Russian Federation. DOI:10.1109/DSPA53304.2022.9790742 .
https://decmtdzol.ru/articles/OT_Application.pdf .